

У. БУРҲОНОВ, Ҷ. ШАРИФОВ

ГЕОМЕТРИЯ

синфи **7**

Китоби дарсӣ барои
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Нашри чорум

Вазорати маориф ва илми
Ҷумҳурии Тоҷикистон
тасдиқ кардааст

ДУШАНБЕ
МАОРИФ
2023

ТДУ (УДК) 26,8я72+74,262,6

ТКБ (ББК) 91(075) + 371,671+373

Ш-30

Ш-30. Бурхонов У., Шарифов Ч. **Геометрия.** Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми муассисаҳои таҳсилоти умумӣ.– Нашри чорум. – Душанбе: Маориф, 2023. – 112 сах.

Хонандагони азиз!

Китоб манбаи донишу маърифат аст, аз он баҳравар шавед ва онро тоза нигоҳ доред. Кӯшиш кунед, ки соли таҳсили оянда ҳам ин китоб ҳамин гуна зебову ораста дастраси хонандагони дигар гардад ва онҳо низ аз он истифода баранд.

Чадвали истифодаи китоб:

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли таҳсил	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				аввали сол	охири сол
1					
2					
3					
4					
5					
6					

САРСУХАН

Хонандагони азиз! Шумо бо мафҳуми нукта, порча, нур, хатти рост, кунҷ, секунҷа шинос ҳастед. Инҳо як қисми мафҳумҳои геометрианд. Геометрия як қисми математика мебошад. Калимаи «геометрия» юнонӣ буда, маънояш «заминченкунӣ» аст.

Дар замонҳои қадим геометрия асосан барои ченкуниҳо дар сатҳи замин лозим буд. Нисбат ба замонҳои қадим доираи омӯзиши масъалаҳои геометрия хеле васеъ гаштааст. Геометрияи ҳозира барои ченкуниҳо дар сатҳи Замин, ҳамворӣ, фазо, Кайҳон ва заррачаҳои хурде, ки ба чашм ноаёнанд, зарур аст.

Геометрия ба мисли алгебра таърихи қадим дорад. Ин илм дар давлатҳои қадимаи Миср, Бобул ва Юнон ба вучуд омадааст.

Аввалин асарҳои геометрӣ дар асрҳои XVII то милод, яъне тақрибан 3700 сол пеш аз замони мо дар Мисри қадим навишта шудаанд. Дар ин асарҳо қоидаҳо ва тарзҳои ҳисоб кардани масоҳат ва ҳаҷми шаклҳои гуногуни геометрӣ дар асоси таҷрибаҳои ҳаётии одамон баён карда шудааст.

Барои илми геометрия хизмати олими Юнони қадим Уқлидус, ки солҳои 330 – 275-уми пеш аз милод ҳаёт ба сар бурдааст, хеле бузург мебошад. Уқлидус доир ба геометрия асари машхуре навиштааст, ки «Ибтидо» ном дорад. Ӯ дар ин асараш ҳамаи маълумоти геометрии то замони худ мавҷудбударо ба тартиб дароварда, илми геометрияро ба таври аксиоматикӣ баён кардааст.

Уқлидус якчанд мафҳуми одитаринро бетаъриф қабул намуд ва дар асоси ин мафҳумҳо мафҳумҳои дигари геометрияро таъриф дод. Ӯ якчанд тасдиқоти одиро, ки дурустиашон аз худи ҳаёт бармеояд, беисбот қабул кард. Чунин тасдиқоти беисботро **аксиома** меноманд. Тасдиқоти дигари геометрияро дар асоси мафҳумҳои ибтидоӣ ва аксиомаҳо исбот кард. Тасдиқе, ки дурустиаш исботро талаб мекунад, **теорема** ном дорад.

Китоби Уқлидус зиёда аз 2000 сол ҳамчун китоби дарсии геометрия ба ҳисоб мерафт. Китоби дарсие, ки шумо ҳоло дар даст доред, мазмунаш геометрияи Уқлидус мебошад. Гузаштагони мо Умари Хайём, Абурайҳони Берунӣ, Абуалӣ ибни Сино, Насируддини Тусӣ аз геометрияи Уқлидус бохабар будаанд. Онҳо бо асарҳои худ доир ба илми геометрия барои тараққиёти минбаъдаи ин илм хизматҳои босазое кардаанд.

Олими бузурги рус Н.И. Лобачевский (солҳои 1793-1854) дар тараққиёти илми геометрия гардиши бузурге ба вучуд овард. Ӯ

геометрияи наvero пешниҳод кард, ки он геометрияи ғайриевклидӣ ном дорад. Хизмати Н.И. Лобачевский дар он аст, ки олимони соҳаи математика дар асоси асарҳои ӯ намудҳои дигари геометрияро кашф намуданд.

Нукта, порча, хатти рост, кунҷ, секунҷа, квадрат, давра, доира, куб, нур, кура ва ғайра мисоли шаклҳои геометрии мебошанд.

Геометрия илмест, ки мавзӯи тадқиқоташ шаклҳои геометрии ва хосиятҳои онҳо мебошад. Фанни геометрия аз кадом модда сохта шудани ашёро намеомӯзад. Масалан, барои таҳқиқотчи илми геометрия аз шиша, чӯб ё оҳан сохта шудани квадрат фарқ надорад. Дар геометрия намуд, мавқеи ҷойгиршавии шаклҳо, андоза, масоҳат, ҳаҷм ва дигар бузургҳои ба онҳо вобаста тадқиқ карда мешаванд. Геометрияе, ки шумо дар мактаб меомӯzed, аз ду қисм иборат аст:

а) **Планиметрия** – хосияти шаклҳо дар ҳамворӣ;

б) **Стереометрия** – хосияти шаклҳо дар фазо.

Шумо дар синфҳои 7 – 9-ум планиметрияро омӯхта, дар синфҳои 10 – 11 стереометрияро хоҳед омӯхт.

Донишҳои геометрии барои ҳалли масъалаҳои заминченкунӣ, кайҳоннавардӣ, мошинсозӣ, ҳавопаймой, сохтани харитаҳо, бинокорӣ, баҳрнавардӣ, муҳандисӣ, маъданшиносӣ, табиатшиносӣ ва ғайраҳо хеле заруранд.

Агар шумо яке аз соҳаҳои дар боло номбаршударо касби ояндаи худ карданӣ бошед, пас ба омӯзиши фанни геометрия диққати ҷиддӣ диҳед!

ГЕОМЕТРИЯРО ЧӢ ТАВР БОЯД ОМӢХТ?

Мавзуъо ва мафхумҳои геометрӣ тарзе ифода ёфтаанд, ки яке бо дигаре саҳт алоқаманд мебошанд. Аз ин рӯ, аз худ накардани як ё якчанд мавзуъ боиси мушкил гаштани омӯзиши мавзуъҳои минбаъда мегардад.

Кӯшиш намоед, ки доир ба ҳар як мавзуи геометрӣ дониши кофӣ дошта бошед. Агар шумо аз рӯйи маслиҳатҳои зерин амал намоед, бовар дорем, ки соҳиби донишҳои мукаммали геометрӣ мегардед.

1. Ҳангоми омӯзиши ин ва ё он мавзуъ саросема нашуда, ба ҳар як ҷумла ва калимаи наво, ки ба шумо вомерӯрад, диққат диҳед.

2. Мафхумҳои нав бо ранги сиёҳ навишта шудаанд. Шумо кӯшиш намоед, ки шаклҳои шиносед, онҳоро худатон тасвир кунед ва монандашро аз муҳити атроф ёбед.

3. Таърифи мафхумҳо ва матни тасдиқотро бо забони худатон озод баён карда тавонед. Бо ин мақсад аввал аз китоб ду ё се бор таъриф ё матро хонда, ба расмҳои мувофиқ назора намоед. Сипас, китобро пӯшида, дар ҷарағон ҳамон расмро кашед, матн ё таърифро аввал дахонӣ баён намуда, баъдан дар ҷарағон нависед, расм ва навиштаҷоти худро бо матни китоби дарсӣ муқоиса кунед.

4. Бо рафиқонатон доир ба таърифҳо, хосиятҳо ва тарзи исботи тасдиқот ва ҳалли масъалаҳо саволу ҷавоб ва баҳс намоед.

5. Дар охири ҳар як мавзуъ якчанд савол дода шудааст. Кӯшиш намоед, ки ба он саволҳо ҷавоб диҳед.

6. Шумо бояд ғайр аз дафтари асосӣ боз дафтари хотира дошта бошед. Дар дафтарчаи хотираатон таърифҳо, хосиятҳо, тасдиқот ва формулаҳои асосиро нависед.

7. Кӯшиш намоед, ки ҳар як шакли нави геометрӣ аз қоғаз, картон, ҷӯб, пластилин ё маводди дигар сохта тавонед.

8. Барои дуруст кашидани расм ва нақшаи шаклҳо аз қаламҳои ранга, хаткашак, паргор, кунҷченкунак (транспортӣ), қоғазҳои катакҷадор ва секунҷаи нақшакашӣ истифода баред.

9. Масъалаҳои мушқилона, ки дар китоб ҳал шудаанд ва ё омӯзгор ба шумо мефаҳмонад, дар хона мустақилона аз нав ҳал намоед. Исботи тасдиқотро ҳамеша як ё якчанд маротиба мустақилона иҷро намоед.

10. Дар китоби дарсӣ намунаи ҳалли баъзе масъалаҳо оварда шудааст. Кӯшиш кунед, ки масъалаи ҳалшударо омӯхта, масъалаҳои боқимондари мустақилона ҳал кунед.

11. Баъзе маслиҳатҳои дигарро омӯзгор ба шумо тавсия хоҳад дод. Дар хотир доред: «Кореро, ки имрӯз метавон кард, ба фардо магузоред!»

ЧАНД МАСЛИҲАТ БАРОИ Омӯзгор

1. Пас аз эълони ҳар як мавзӯ, шавку рағбати шогирдонро ба омӯзиши мафҳумҳо тасдиқоти нав бедор намоед. Аз ин рӯ, бештар ба муҳит ва ҳаёти ҳаррӯзаи шогирдон нигаред, диққати онҳоро ба татбиқи амалии мафҳумҳо, хосиятҳо, формулаҳо ва ҳалли масъалаҳо ҷалб кунед.

2. Ҳангоми омӯзиши мавзӯҳои назариявӣ, пеш аз ҳама дар лавҳаи синф саволҳои асосиро ҷудо карда нависед. Баъд аз баён кардани таърифи мафҳумҳо ва хосиятҳои асосӣ онҳоро аз се ё чор хонандаи қобилиятшон гуногун пурсида, тақрор кунед.

3. Ҳангоми омӯзонидани ин ё он мафҳум ё хосияти навбатӣ ба расми мувофиқ муроҷиат кунед, фарқи онро аз дигар расмҳо нишон диҳед. Кӯшиш кунед, ки шогирдон ҳудашон таърифҳо ва хосиятҳоро баён намоянд.

4. Ба тарзи сохтани расмҳо диққат диҳед. Ҳар як расмро дар вазъияти гуногун кашида, кӯшиш намоед, ки шогирдон онҳоро мустақилона дар дафтар ё тахтаи синф кашида тавонанд.

5. Ҳангоми омӯзиши мавзӯҳои назариявӣ ба хонандагон имконият диҳед, ки онҳо матни китобро мустақилона хонанд. Баъд аз хондани матни китоб вобаста ба саволҳои пайдошуда бо аҳли синф мувоҳиса ташкил намоед. Имконият диҳед, ки шогирдон ба саволҳои ҳамдигар ҷавоб диҳанд.

6. Ҳангоми таълими ҳалли машқҳо талаботи масъаларо аниқ намоед. Вобаста ба талаботи масъала расми мувофиқ созед, шартӣ масъаларо ба мазмуни расм мувофиқ гардонед.

Ҳаракат кунед, ки бо иштироки фаъолонаи шогирдон алгоритм ё тартиби ҳал муайян гардад. Бо иваз намудани номи ишораҳо ва қимати адабии онҳо баҳс ё қори мустақилона ташкил намоед.

7. Ба шогирдон ҳалли якчанд масъала ва ё исботи хосиятҳоеро ҳамчун қори мустақилона воғузур намоед, ки онҳо аз уҳдаи ҳал ё исботи вай баромада тавонанд. Агар иҷрои машқҳои барои шогирдон шумо мушкилӣ намояд, онро бо машқҳои сабуктар иваз намоед. Масъалаҳоро дар тахтаи синф ҳал карда,

барои рӯйбардор кардани шогирдон розигӣ надихед. Агар онҳо эътироф кунанд, ки ҳалли масъаларо фаҳмидаанд, тахтаро тоза намоед ва имконият диҳед, ки ҳалли онро дар синф ва ё дар хона аз нав мустақилона иҷро намоянд.

8. Шарт нест, ки ҳамаи масъалаҳои китоби дарсӣ дар синф пурра ҳал карда шуда, дар тахтаи синф ва дафтарҳои шогирдон навишта шаванд. Ҳалли масъалаҳои тақиягоҳӣ бояд пурра иҷро карда шаванд. Ҳалли масъалаҳои монанд дар синф бо иштироки фаъолони хонандагон муҳокима гардида, алгоритми ҳал тартиб дода шавад. Масъала фаҳмо ҳисоб карда мешавад, агар шогирдон эътироф намоянд, ки аз уҳдаи ҳал баромада метавонанд. Ҳалро шогирдон мустақилона дар синф ва ё хона иҷро кунанд.

9. Баъди омӯзиши ҳар як боб дар қатори кори хаттӣ санчиши даҳонӣ гузаронидан лозим аст. Шогирдоне, ки аз санчиш нагузаранд, ба дарси иловагӣ ҷалб карда шуда, аз нав санчиш супоранд.

ПЛАНИМЕТРИЯ

БОБИ I

МАФҲУМҲОИ ОДИТАРИНИ ГЕОМЕТРӢ

1. Нуқта он аст, ки қисм надорад.
2. Хат дарозии бебар аст.
3. Ҳудудҳои хат нуқтаҳои онд.
4. Хатти рост ҳамон аст, ки нисбат ба ҳамаи нуқтаҳои он як хел ҷойгир аст.

Уқлидус

§ 1.1. НУҚТА, ХАТ ВА ХАТТИ РОСТ

1. Нуқта. Уқлидус нуқтаро чунин маънидод кардааст, ки гӯё қисм надорад. Ин ба он далелат мекунад, ки нуқта бар, дарозӣ ва баландӣ надорад. Аммо ҳамаи ашёи моро ихотакарда ин се андозаро соҳибанд. Масалан, изи бо нӯги қалам гузошташуда, бо вучуди бисёр хурд буданаш ғафсӣ, бар ва дарозӣ дорад. Тасвири нуқтае, ки Уқлидус дар назар дорад, аз имкон берун аст. Дар як нӯги қалам миллионҳо нуқтаро ҷойгир кардан мумкин аст. **Дар геометрия мафҳуми нуқта таъриф дода намешавад.** Агар нӯги қаламро хуб тез карда, дар рӯйи варақ из гузорем, ин тасвири нуқта аст, вале ин тасвир нуқтаи ҳақиқӣ нест.

Дар геометрия нуқтаҳоро бо ҳарфҳои калони алифбои лотинӣ А, В, С, D, E, F ва ғайра ишора мекунам.

Ба расми 1 нигаред.

.А
нуқтаи А

.В
нуқтаи В

.С
нуқтаи С

Расми 1

2. Хат. Аз рӯйи гуфтаи Уқлидус гӯё хат дарозии бебар бошад. Хатти ҳақиқӣ ба монанди ресмони дарозест, ки ибтидою интиҳо ва ғафсию бар надорад. Тасвири хатро бо қалам дар варақ кашидан мумкин аст.

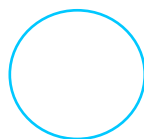
Хатҳо рост, қач, гирд (мудаввар), мавҷмонанд, морпеч, шикаста, сарбаста мешаванд (расми 2).



хатти рост



хатти қач



хатти мудаввар



хатти мавҷмонанд



хатти морпеч



хатти шикаста



хатти сарбаста

Расми 2

Хатҳоро ба воситаи ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ a, b, c, d, \dots ишора мекунанд.

Ҷисм дар натиҷаи ҳаракат изи муайяне мегузорад. Агар бари чунин изро ба инобат нагирем, онро хатти ҳаракат гуфтан мумкин аст.

Дар хотир доред:

Хат аз шумораи бисёри нуқтаҳо иборат аст. Нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хат тааллуқ доранд ва нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хат тааллуқ надоранд.

Мисол. Нуқтаҳои A, B, C, D ба хатти a тааллуқ доранд (расми 3). Нуқтаҳои M, N, P, K ба ин хат тааллуқ надоранд.



Расми 3

Агар нуқтаи A ба хатти a тааллуқ дошта бошад, инро чунин ишора мекунанд: $A \in a$. Агар нуқтаи K ба хатти b тааллуқ надошта бошад, чунин менависанд: $K \notin b$. Агар

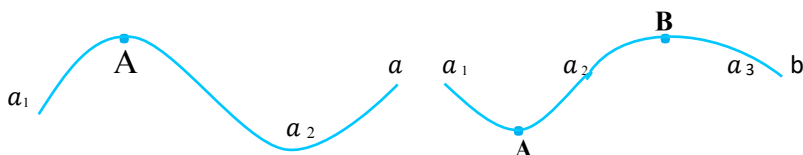
нукта ба хат тааллуқ дошта бошад, он гоҳ мегӯянд, ки хат аз ин нукта мегузарад. Баъзан чунин ҳам мегӯянд: «нукта дар хат меҳобад».

Супоришҳо

1. Ба расми 3 нигаред ва дар дафтаратон ба воситаи ишора тааллуқ доштан ё надоштани нуктаҳоро дар хатти a нависед.

2. Ягон хатти ихтиёрии b -ро созед. Навиштаҳои зеринро бо се тарз хонед ва нуктаҳоро дар расм гузоред: $A \in b$, $P \notin b$, $D \in b$, $K \in b$, $M \in b$, $E \in b$, $F \in b$, $C \in b$, $B \in b$, $O \in b$.

Агар дар хат як ё ду нукта гузошта шавад, хат ба қисмҳо чудо мешавад. Худуди қисмҳои хат нуктаҳо мебошанд.



Расми 4

Дар расми 4 хатти a ба ду қисми a_1 ва a_2 чудо шудааст, худуди ин қисмҳо нуктаи A аст. Хатти b бо ду нуктаи A ва B ба се қисм чудо шудааст. Ин қисмҳо a_1 , a_2 ва a_3 мебошанд. Қисми a_1 фақат як ҳудуд дорад (нуктаи A), қисми a_2 ду ҳудуд дорад (A ва B) ва қисми a_3 фақат як ҳудуд дорад (нуктаи B).

Агар қисми хат як ҳудуд дошта бошад, он гоҳ ин худуро ибтидои қисми хат гуфтан раво аст. Агар қисми хат ду ҳудуд дошта бошад, якero **ибтидо** ва дигарero **интиҳо** мегӯянд.

Супоришҳо

3. Ягон хатти c -ро сохта, дар он се нуктаи A, B ва C -ро гузоред. Хат ба чанд қисм чудо шуд? Аз ин қисмҳо чандтояш як ҳудуд ва чандтои дигараш ду ҳудуд дорад?

4. Агар дар ягон хат $2, 4, 6, 8, \dots, 100$ нукта гузорем, миқдори қисмҳо чандто мешавад? Чандтояш як ва чандтояш дутогӣ ҳудуд доранд?

5. Агар дар ягон хат $1, 3, 5, 7, 9, \dots, 99$ нукта гузорем,

миқдори қисмҳо чандто мешавад? Чандтояш як ва чандтояш дутоғӣ худуд доранд?

3. Хатти рост. Тасаввур кунед, ки ду вагон ресмони дарозе доранд. Онҳо ресмонро таранг кашада, ба самтҳои муқобил ҳаракат мекунамд (расми 5).



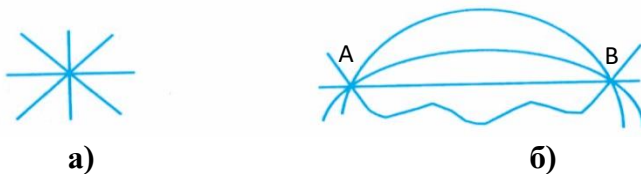
Расми 5

Дар ин ҳолат ресмони таранг кашадашуда тасаввуроти хатти ростро медиҳад. Мисоли хатҳои рост симҳои телефон, нуриҳои аз сӯроҳии танг гузаранда ва ғайра шуда метавонанд, агар онҳо аз ду тараф беохир давом ёбанд ё худ ибтидою интиҳо надошта бошанд. Мувофиқи гуфтаи Уқлидус «**хатти рост хатест, ки нисбат ба ҳамаи нуқтаҳои якхел ҷойгир аст**». Аз ин гуфтаи Уқлидус бармеояд, ки хатти рост аз нуқтаҳои зиёд иборат буда, қачиҳо ва ҳамидагию мавҷҳо надорад. **Дар геометрия хатти ростро мафҳуми одитарин ҳисобида, таъриф намедиҳанд.** Гуфтаи Уқлидусро барои мафҳуми хатти рост таъриф ҳисобидан дуруст нест.

Дар геометрияи мактабӣ аз мафҳуми хатти рост ба таври васеъ истифода мебаранд. Аксарияти шаклҳои геометрия аз шумораи зиёди қисмҳои хатти рост иборатанд.

Ба фикри шумо, аз як нуқта чанд хатти рост мегузаранд? Аз ду нуқта-чӣ?

Аз як нуқта хатҳои рости бешумор мегузаранд (расми 6, а)).



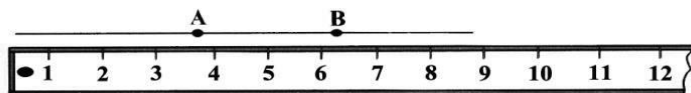
Расми 6

Дар хотир доред:

1. Аз ду нуқтаи гуногун фақат як хатти рост мегузаранд. Дар ҳақиқат, аз ду нуқта хатҳои бешумор мегузаранд,

(расми 6, б)), вале фақат яктояш хатти рост аст. Хатти ростро бо хаткашак (расми 7) мекашанд. Хатти ростро бо ду ҳарфи калон ё бо як ҳарфи хурди лотинӣ ишора мекунанд. Масалан: AB , CD ё a , b ...

2. Нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хатти рост тааллуқ доранд ва нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хатти рост тааллуқ надоранд. Хатти рост нуқтаҳои бешумор дорад, вай дарозӣ дораду бар ва ғафсӣ не. Хатти рост ибтидою интиҳо надорад.



Расми 7

4. **Ҳамворӣ ва сатҳ.** Ҳар як ашёе, ки дар табиат мавҷуд аст, қабати беруние дорад, ки онро ихота мекунад. Масалан, бадани одамро пӯсти бадан ихота кардааст. Дарахтон ҳам қабати берунӣ-пӯст доранд. Ин қабатро ба монанди пардаи тунуке тасаввур кардан мумкин аст, ки бару дарозӣ дорад, аммо ғафсӣ надорад.

Чунин пардаи тунук барои қисмҳо ва ашё сатҳ мебошад. Дар забони гуфтугӯӣ сатҳи об, сатҳи миз, сатҳи Замин, сатҳи кура ва ғайра воҷеҳӯранд. Уқлидус гуфта буд: «**Сатҳ онест, ки танҳо дарозӣ ва бар дорад**». Дар ҳар сатҳ нуқтаҳои бешумор мавҷуданд. Дар сатҳ хатҳои бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст. Хатҳо сатҳро ба қисмҳо ҷудо мекунанд.

Ба гуфтаи Уқлидус: «**Ҳудуди сатҳ хат аст**».

Деворҳои хонаро бо қоғазҳои гулдор ё оҳаку рангҳои махсус оро медиҳанд. Дар ин ҳолат қабати қоғазҳо ва рангҳо мисоли сатҳҳо мебошанд.

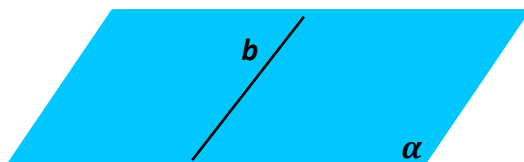
Уқёнус ё баҳрро тасаввур кунед, ки обаш тамоман ором бошад. Сатҳи ин хел об моро ба тасаввуроти ҳамворӣ меоварад. Ҳамворӣ сатҳест, ки аз чор тараф беҳудуд аст. Сатҳи девор, сатҳи миз, сатҳи оина ва ғайра қисмҳои ин ё он ҳамворӣ мебошанд. Ҳамвории ҳақиқиро сохтан ё дар ҳаёт вохӯрдан аз имкон берун аст, аммо қисмҳои ҳамворӣ дар ҳама ҷо дучор меоянд.

Ҳамвориро дар шакли чоргушаҳо тасвир карда, онро бо ҳарфҳои алифбои юнонӣ α (алфа), β (бета), γ (гамма) ва ғайра ишора мекунанд.

Дар хотир доред:

Ҳамворӣ мафҳуми одитарин аст, онро таъриф намедиханд. Ҳамворӣ бар ва дарозӣ дорад, вале гафсӣ надорад. Ҳамвориро ба чор самт беинтиҳоро давом додан мумкин аст. Ҳамворӣ аз нуқтаҳои бешумор иборат аст. Дар ҳамворӣ хатҳои рости бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст.

5. Нимҳамворӣ. Агар дар ҳамворӣ хатти рости b -ро ҷойгир намоем, он ҳамвориро ба ду қисм ҷудо мекунад. Ҳар як қисм нимҳамворӣ мебошад. Ҳудуди нимҳамворӣ аз як тараф хатти рост аст (расми 8).



Расми 8

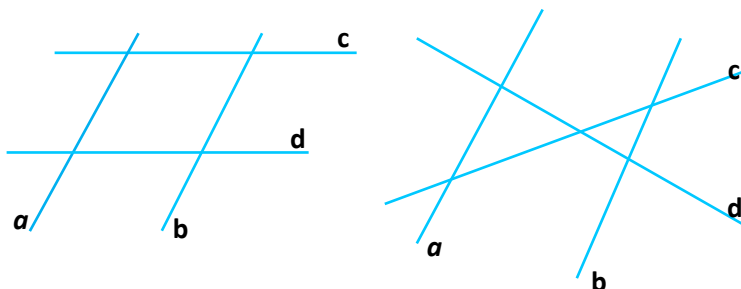
Супоришҳо

6. Дар ҳамворӣ ду хатти рост кашед. Ҳамворӣ ба чанд қисм ҷудо шуд? Чанд ҳолати гуногун ҷой дорад?

7. Дар ҳамворӣ се хатти ростро тавре кашед, ки ҳамворӣ ба: а) 4 қисм; б) 6 қисм; в) 7 қисм ҷудо шавад.

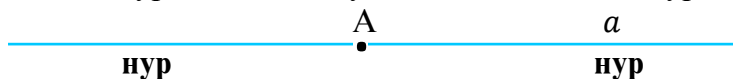
8. Агар дар сатҳи Замин кӯҳҳо, пастию баландиҳо мавҷуд набошанд, онро ҳамворӣ гуфтан мумкин аст?

9. Дар расми 9 хатҳои рости a , b , c , d кашида шудаанд. Онҳо ҳамвориро ба чанд қисм ҷудо кардаанд?



Расми 9

6. Нур. Дар хатти рости a нуктаи А-ро нишона мекунем (Расми 10). Ин нукта хатти ростро ба ду қисм чудо мекунад. Ҳар як қисм нур мебошад. Нуктаи А ибтидои ин нурҳо аст.

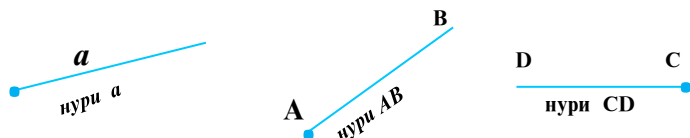


Расми 10

Дар хотир доред:

Қисми хатти рост, ки аз як тараф бо нукта маҳдуд аст, нур номида мешавад. Нур ибтидо дораду интиҳо не.

Шуоъҳои ҷароғ ва Офтоб мисли нурҳо мебошанд. Онҳо аз як нукта баромада, беинтиҳо давом меёбанд. Нурҳоро бо як ҳарфи хурд ё бо ду ҳарфи калоне, ки ҳарфи аввалинаш ибтидои нур аст, ишора мекунанд. Ба расми 11 нигаред.



Расми 11

7. Порча. Агар дар хатти рост ду нуктаи А ва В-ро гузорем, хатти рост ба се қисм чудо мешавад. Қисми байн порча мебошад.

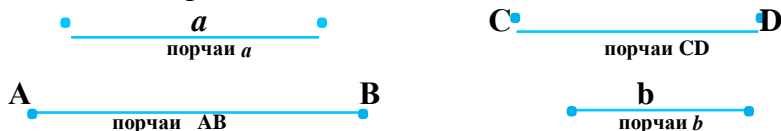


Расми 12

Дар хотир доред:

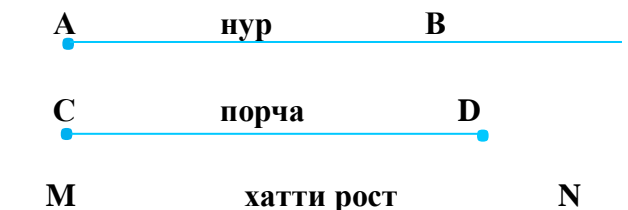
Он қисми хатти рост, ки бо ду нукта маҳдуд аст, порча номида мешавад.

Нуктаҳои маҳдудкунанда нӯғҳои порча мебошанд. Порчаро бо ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ $a, b, c, d, \dots, \ddot{e}$ ё бо ду ҳарфи калони алифбои лотинӣ ишора мекунанд. Ба расми 13 нигаред.



Расми 13

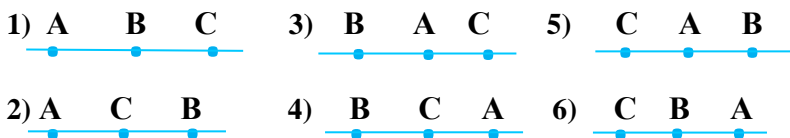
Ҳангоми кашидани порчаҳо, нурҳо ва хатҳои рост ин тавр рафтор мекунад: нӯғҳои порчаро бо нуқтаҳои равшан тасвир менамоянд. Ибтидои нур бо нуқтаи нишона карда мешавад. Нӯғҳои хатти ростро ба ту тараф беинтиҳо давом додан мумкин аст. Дар расми 14 нури АВ, порчаи CD ва хатти рости MN тасвир ёфтааст.



Расми 14

Порчаро дар ҳаёт сари ҳар қадам дидан мумкин аст. Пояҳои миз, қалам, сими телефон аз як симчӯб то дигараш, тегаҳои хона ва ғайра мисолҳои порчаҳо мебошанд.

8. Тартиби ҷойгиршавии нуқтаҳо дар хатти рост. Дар хатти рости a се нуқтаи А, В, С-ро бо шаш тарз ҷойгир кардан мумкин аст. Ба расми 15 нигаред.



Расми 15

Дар ҳолати 1) ва 6) нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва С меҳобад. Дар ҳолати 2) ва 4) нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В воқеъ мебошад. Дар ҳолати 3) ва 5) нуқтаи А дар байни В ва С ҷойгир аст.

Дар хотир доред:

Аз се нуқтаи дар хатти рост хобида фақат яктояш дар байни дутои дигараш меҳобад.

Супоришҳо

10. Дар хатти рости a чор нуқтаи A, B, C, D -ро гузоред. Кадоме аз нуқтаҳо дар байни нуқтаҳои дигар меҳобад? Ҳамаи ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед.

11. Дар нури OA нуқтаи A ва B -ро тасвир кунед. Ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед. Кадом нуқта дар байни нуқтаи O ва нуқтаи дигар меҳобад?

12. Дар порчаи AB ду нуқтаи C ва D -ро нишона кунед. Кадом нуқта:

а) дар байни A ва D , б) дар байни D ва B , в) дар байни C ва B ; г) дар байни A ва C ; ғ) дар байни A ва B хобида метавонад?

9. Ҳолати ҷойгиршавии хатҳои рост. Ба сифати ду хатти рост ду ҷӯбчаи ростхата ва ба сифати ҳамворӣ сатҳи мизро интихоб намуда, муайян кунед, ки дар рӯи миз ҷӯбчаҳо ро бо чанд тарз ҷойгир кардан мумкин аст.

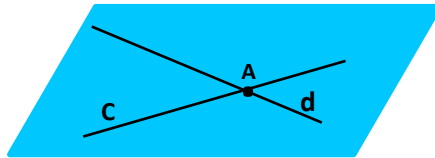
Ду хатти рост дар ҳамворӣ бо се тарз ҷойгир мешаванд.

1. Ду хатти рост ягон нуқтаи умумӣ надоранд (расми 16).



Расми 16

2. Ду хатти рост фақат як нуқтаи умумӣ доранд (расми 17).



Расми 17

3. Ду хатти рост ақаллан ду нуқтаи умумӣ доранд (расми 18).



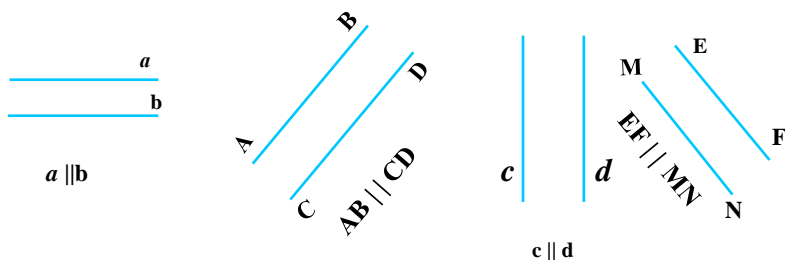
Расми 18

Дар хотир доред:

Ду хатти росте, ки дар ҳамворӣ хобида, ягон нуқтаи умумӣ надоранд, хатҳои рости параллел номида мешаванд.

Дар расми 16 хатҳои рости a ва b параллеланд. Ибораи «Хатти рости a параллели хатти рости b аст» чунин ишора карда мешавад: $a \parallel b$.

Дар расми 19 ҳолатҳои гуногуни тасвири хатҳои рости параллел нишон дода шудааст.



Расми 19

Релсҳои роҳи оҳан, симҳои телефон, теғаҳои муқобили миз ё дафтар, равонакҳои зинапоя, соҳилҳои канал ва ғайра мисоли хатҳои рости параллел мебошанд.

Дар хотир доред:

Ду хатти росте, ки фақат як нуқтаи умумӣ доранд, хатҳои рости буранда номида мешаванд.

Дар расми 17 хатҳои рости бурандаи c ва d , инчунин нуқтаи буриши онҳо A тасвир ёфтааст. Ибораи «хатти рости c хатти рости d -ро дар нуқтаи A мебурад» чунин навишта мешавад:

$$c \cap d = A.$$

Дар хотир доред:

Ду хатти росте, ки ақаллан ду нуқтаи умумӣ доранд, хатҳои рости ҳамчояшаванда номида мешаванд.

Ишорааш: $a = b$ (расми 18).

Дар расми 18 хатҳои рости ҳамчояшавандаи a , b ва ду нуқтаи умумии онҳо B ва C тасвир ёфтаанд. Навишти $a = b$ маънои «хатҳои рости a ва b ҳамчояшаванда ҳастанд»-ро дорад.

Агар ду хатти рост ҳамчоя бошанд, онҳо нуқтаҳои бешумори умумӣ доранд, баъзан ин гуна хатҳои ростро ҳамон як хатти рост меҳисобанд.

Аксиома, таъриф, теорема ва исбот

Дар геометрия мафҳумҳои нуқта, хатти рост ва ҳамворӣ мафҳумҳои одитарин ҳисоб мешаванд. Ба мафҳумҳои одитарин таъриф намедиҳанд.

Оё медонед, ки таъриф чист?

Таъриф ҷумла ва ё гурӯҳи ҷумлаҳост, ки барои аниқ кардани ягон мафҳум хизмат мекунанд. Агар ба ягон шакли геометрӣ таъриф дода шавад, бояд таъриф имконият диҳад, ки ин шакл аз байни шаклҳои дигар ҷудо карда шавад. Дар таърифи мафҳумҳо ҳамон аломат ё хосиятҳои зикр карда мешаванд, ки дар дигар мафҳумҳои маълум мавҷуд набошанд.

Масалан, ҷумлаи «Қисми хатти росте, ки аз ду тараф бо нуқта маҳдуд аст, порча номида мешавад» таъриф мебошад. Аломати фарқкунанда «ду нуқтаи маҳдудкунанда» мебошад. Нур ҳам қисми хатти рост аст, вале фақат як нуқтаи маҳдудкунанда дорад.

Дар геометрия ғайр аз мафҳумҳои нуқта, хатти рост ва ҳамворӣ, дигар ҳамаи мафҳумҳо таъриф дода мешаванд.

Муносибати байни мафҳумҳои одитарин, ки ба шакли тасдиқоти маълум қабул карда шудаанд, аксиомаҳо мебошанд. Ба тариқи дигар, *аксиома тасдиқест, ки исбот карда намешавад.* Масалан, тасдиқи «аз ду нуқта фақат як хатти рост мегузарад» аксиома мебошад. Дар геометрия ғайр аз аксиомаҳо дигар ҳамаи тасдиқот аз нуқтаи назари дуруст ва ё нодуруст буданашон исбот карда мешаванд.

Теорема чист?

Хосият ё тасдиқе, ки дурустиаш исботро талаб мекунад, теорема номида мешавад.

Масалан, тасдиқи: «агар ду хатти рост ба хатти рости сеюм параллел бошад, он гоҳ онҳо параллеланд» теорема аст. Ҳақиқат будани ин тасдиқ исботро талаб мекунад.

Исбот чист? Муҳокимароние, ки барои қабул ё рад кардани ягон тасдиқ лозим аст, исбот ном дорад.

Дар мавзӯҳои оянда шумо бо таъриф, теорема ва исботҳои гуногун шинос хоҳед шуд.

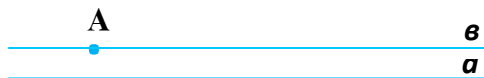
**Аз қисми назариявии мавзуъ истифода бурда
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришхоро иҷро кунед:**

1. Хат аз хатти рост чӣ фарқ дорад?
2. Оё бе истифода аз нуқта шаклҳои геометрияро тасвир намудан мумкин аст?
3. Оид ба нуқта, хат ва хатти рост аз ҳаёт мисолҳо оред ва онҳоро тасвир намоед.
4. Нуқта, хат ва хатти ростро шарҳ диҳед.
5. Оё оид ба ҳамворӣ аз ҳаёт мисол овардан имкон дорад?
6. Оид ба сатҳ мисолҳо оред.
7. Оид ба нимҳамворӣ мисолҳо оред.
8. Сатҳ аз ҳамворӣ чӣ фарқ дорад?
9. Нур гуфта, чиро мефаҳмед? Аз табиат мисолҳо оред.
10. Оё нур охир дорад?
11. Оё аз як нуқта якчанд нур баромада метавонад?
12. Порча аз нур чӣ фарқ дорад?
13. Порча метавонад беохир шавад?
14. Порчаро ба таври гуногун тасвир кунед.
15. Оё дар як хатти рост шумораи зиёди нуқтаҳоро ҷойгир намудан мумкин аст?
16. Чӣ гуна мафҳум ё рӯйдодҳои ҳаётиро аксиоматикӣ қабул намудан мумкин аст?
17. Оид ба исбот аз рӯйдодҳои ҳаёт мисолҳо оред.
18. Якчанд ашёи синфхонаро таъриф диҳед.

**§ 1.2. АКСИОМАИ ПАРАЛЛЕЛИИ
ХАТҲОИ РОСТ**

Аз нуқтаи берунаи хатти рост ба хатти рости додашуда чанд хатти рости параллел гузаронидан мумкин аст? Ин савол то Уқлидус, дар давраи ҳаёти \bar{y} ва то замони зиндагии олими рус Н. И. Лобачевский диққати аҳли илмро ҷалб карда буд. Мувофиқи ақидаи Уқлидус:

Аз нуқтаи берунаи хатти рост ба хатти рости додашуда фақат якто хатти рости параллел гузаронидан мумкин аст.



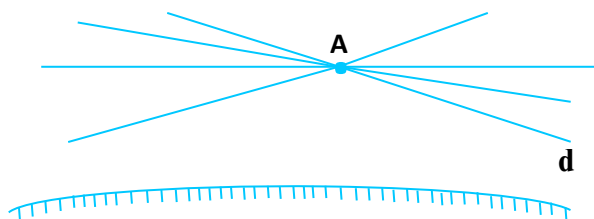
Расми 20 (а)

Уқлидус ин тасдиқро ҳамчун аксиомаи (постулати) панҷуми китобаш қабул карда буд. Ин тасдиқ дар замони ҳозира аксиомаи параллелии хатҳои рост ном дорад.

Дар замони Уқлидус ва тақрибан 2000 сол пас аз он олимони гуногун, ба монанди Ламберт, Лежандр, Саккери аз Аврупо, Умари Хайём, Насируддини Тӯсӣ аз Осиёи Миёна ва дигарон кӯшиш кардаанд, ки ин постулатро ҳамчун теорема исбот кунанд. Мутаассифона, онҳо ба хато роҳ доданд. Ба ҳар ҳол кӯшишҳои онҳо барабас наарафт, ин кӯшишҳо боиси тараққиёти минбаъдаи илми геометрия гардид. Танҳо ба олими рус Н.И. Лобачевский муяссар гашт, ки ба саволи дар боло гузошташуда ҷавоби саҳеҳ диҳад. Н.И. Лобачевский исбот кард, ки дар доираи геометрияи Уқлидус постулати панҷумро ҳамчун теорема исбот кардан ғайриимкон аст (Аз рӯи фаҳмиши геометрияи Уқлидус аз нуқтаи беруни хатти рост ба хатти рости додашуда фақат якто хатти рости параллел мегузарад).

Мутаассифона, ҳамворие, ки Уқлидус дар назар дошт, дар амал вучуд надорад. Агар тасаввур кунем, ки сатҳи Замин ҳамвор аст, аз сабаби қурашакл будани Замин ҳамворӣ аз ҳамвории Уқлидус фарқ мекунад.

Н. И. Лобачевский геометрияи наvero кашф намуд, ки дар он аз нуқтаи беруни хатти рост ба хатти рости додашуда зиёда аз як хатти рости параллел гузаронидан мумкин аст. Агар хатти ростро дар сатҳи Замин гузаронем, аз сабаби қурашаклии Замин он каме хамида менамояд. Аз ин рӯ, баъзан хатҳои рости аз нуқтаи А гузаранда ба хатти рости додашуда то андозае наздик шуда, пас онро набурида дур мешаванд.



Расми 20 (б)

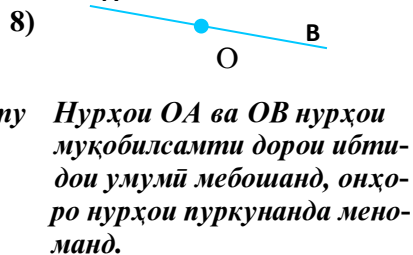
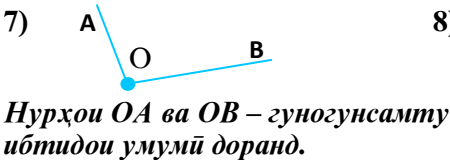
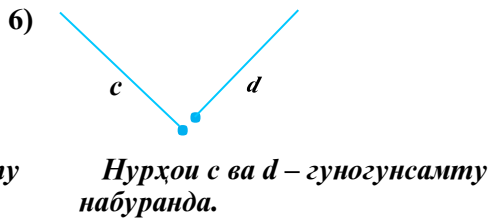
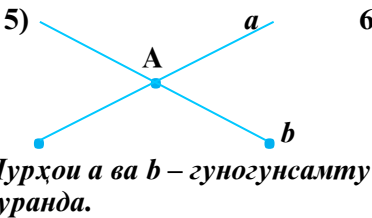
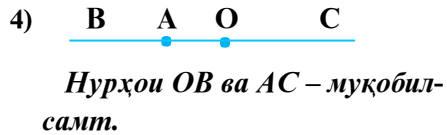
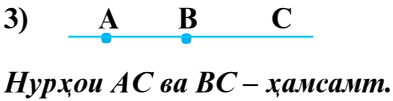
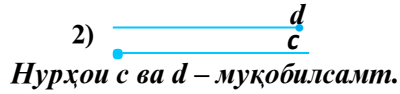
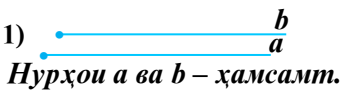
Дар чунин геометрияе, ки онро Н. И. Лобачевский «хаёлий» номида буд, постулати панҷуми Уквидус доир ба хатҳои ростӣ параллел ҷой надорад. Бо ҳамин кашфи худ Н. И. Лобачевский дар геометрия табаддулоти бузурге ба вучуд овард. Ин кашф номи Н. И. Лобачевскийро машхур кард.

**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда,
ба саволҳои ҷавоб диҳед ва супоришро иҷро кунед:**

1. Аксиомаҳои параллелии хатҳои ростро ба ақидаи Уквидус шарҳ диҳед.
2. Аксиомаҳои параллелии хатҳои ростро ба ақидаи Н. И. Лобачевский шарҳ диҳед?
3. Ақидаи Уквидус ва ақидаи Н.И.Лобачевскийро муқоиса карда, аз рӯйи расмҳо ҳар яки онро шарҳ диҳед.

§1.3. ҲОЛАТИ ҶОЙГИРШАВИИ НУРҲО

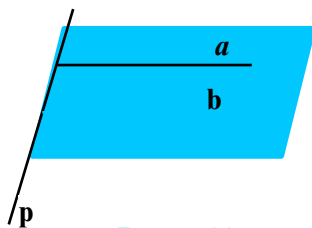
Ду нур дар яке аз ҳолатҳои дар расми 21 тасвирёфта воқеъ мебошанд:



Расми 21

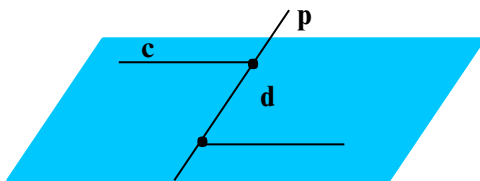
Аз расми 21 маълум гашт, ки ду нур метавонанд ҳамсамт, гуногунсамт ва муқобилсамт бошанд. Ду нури муқобилсамти дорои ибтидои умумӣ нурҳои пуркунандаи якдигаранд.

Маълум аст, ки хатти рост ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад. Агар сарҳади нимҳамвориро хатти рости p буда, ду нури ҳамсамт аз нуқтаҳои хатти рости p ибтидо гиранд, онҳо дар як нимҳамворӣ меҳобанд. Ба тариқи дигар, нурҳои ҳамсамт ҳамеша дар як нимҳамворӣ меҳобанд, ки сарҳади онҳо хатти рости аз ибтидои онҳо гузаранда мебошад (расми 22).



Расми 22

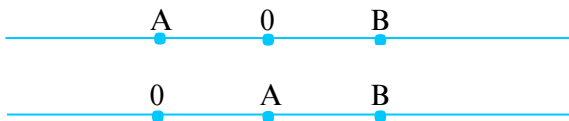
Агар ду нур аз сарҳади нимҳамвориро ибтидо ёфта муқобилсамт бошанд, дар нимҳамвории гуногун меҳобанд (расми 23).



Расми 23

Дар хотир доред:

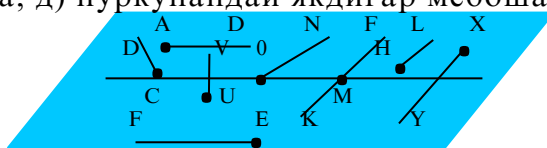
Агар ду нуқта ба нурҳои пуркунанда тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои умумии нурҳо дар байни ин нуқтаҳо меҳобад. Агар ҳар ду нуқта ба як нур тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои нур дар байни нуқтаҳо намеҳобад (расми 24).



Расми 24

МАСЪАЛАҲО

1) Ба расми 25 нигаред ва муайян кунед, ки кадом нурҳо: а) ҳамсамт; б) муқобилсамт; в) гуногунсамт; г) сарҳади нимҳамвориро буранда; ғ) ҳамдигарро буранда; д) пуркунандаи якдигар мебошанд.



Расми 25

2) Ду нури АВ ва CD ҳамсамтанд. Агар онҳоро то хатти рост пурра намоем, хатҳои рост чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

3) Ду нури АВ ва CD-и муқобилсамт кашед, ин нурҳоро то хатти рост пурра намоед. Хатҳои рости ҳосилшуда чигунаанд?

4) Нурҳои MN ва PK-ро тарзе кашед, ки самти гуногун дошта бошанд. Онҳо дар чӣ гуна хатҳои рост ҷойгиранд?

5) Дар хатти рости a чор нуқтаи А, В, С, D,-ро гузоред. а) Ҳамаи нурҳои ибтидояшон ин нуқтаҳоро нависед; б) Кадом нурҳо ҳамсамт, муқобилсамт ва гуногунсамт мебошанд? в) Чанд порча ҳосил шуд?

6) Ду нуре созед, ки: а) дорои як нуқтаи умумӣ бошанд; б) дорои як порчаи умумӣ бошанд; в) дорои як нури умумӣ бошанд.

7) Нур ва порча дода шудааст. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба нур муайян намоед.

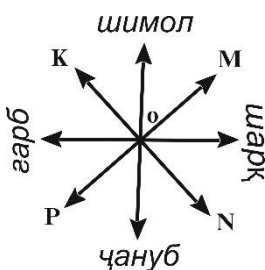
8) Порча ва хатти рост дар ҳамворие дода шудаанд. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба хатти рост ва нимҳамвориҳо муайян намоед.

9) Дар расми 26 нурҳое нишон дода шудаанд, ки самтҳои сатҳи Заминро муайян мекунанд.

а) Нурҳои расм чӣ тавр ҷойгиранд?

б) Кадом нурҳо ба чап, ба рост, ба боло, ба поён равонанд?

в) Нурҳои OM, ON, OP, OK ба кучо равонанд?



Расми 26

**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нурҳоро номбар намоед.
2. Нурҳоро дар ҳолатҳои гуногун дар расмҳо нишон диҳед.
3. Оид ба ҳолатҳои ҷойгиршавии нурҳо аз ҳаёт мисолҳо оред.

§1.4. ЧЕН КАРДАНИ ПОРЧАҲО

Таҷриба. Дар варақи дафтар ё дар тахтаи синф нуре кашед. Нӯғҳои паргорро дар масофаи муайян ҷойгир намоед. Дар ибтидои нур нуқтаи O гузоред. Аз нуқтаи O ба воситаи паргор нуқтаҳои A, B, C, D, E -ро тавре нишона кунед, ки масофаҳои OA, AB, BC, CD ва DE якхела бошанд. Дар зери нуқтаҳои O, A, B, C, D, E мувофиқан ададҳои $0, 1, 2, 3, 4, 5$ -ро гузоред. Ба саволҳои зерин ҷавоб диҳед: а) Порчаи OB аз порчаи OA чанд маротиба калон аст? б) Порчаҳои OC, OD, OE аз порчаи OA чанд маротибагӣ калонанд?

Дар замонҳои қадим одамон барои чен кардани масофаҳо ё дарозиҳо асбобҳои ченкунанда надоштанд. Бинобар ин аз муқоисаи порчаҳо истифода мебуданд. Аҷдоди мо барои чен кардани бар ва дарозиҳо аз вачаб, ангушт ё қадам истифода мекарданд.

Бо чунин тарзи ченкунӣ дарозии вачаб, ангушт ё қадам як воҳид қабул карда мешуд. Агар гӯем, ки дарозии ҷӯб 10 вачаб аст, ин маънои онро дорад, ки дарозии ҷӯб аз вачаб 10 маротиба калон аст.

Таъриф. Ду порча баробар номида мешаванд, агар ҳангоми нӯғҳои онҳоро болои ҳам гузоштан ҳамҷоя шаванд.

Ибораи «порчаи AB баробари порчаи CD » чунин навишта мешавад: $AB = CD$.

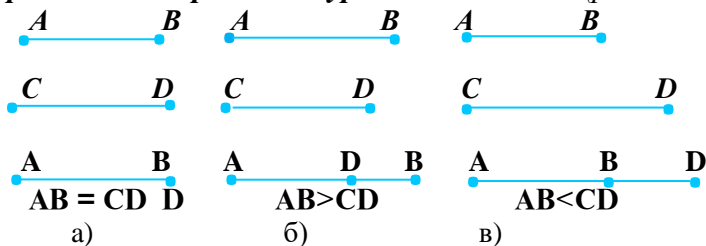
Бигзор ду порчаи AB ва CD дода шуда бошанд.

Барои муқоиса кардани порчаҳои AB ва CD нуқтаҳои A ва C -ро ҳамҷоя намуда, порчаи CD -ро дар нури AB ҷойгир мекунем (расми 27).

1) Агар нуқтаи B ба D ҳамҷоя шавад, порчаҳои AB ва CD баробаранд: $AB = CD$ (расми 27 а).

2) Агар нуқтаи D дар байни нуқтаҳои A ва B ҷойгир шавад, порчаи AB аз порчаи CD калон аст: $AB > CD$ (расми 27 б).

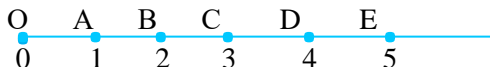
3) Агар нуқтаи B дар байни нуқтаҳои A ва D ҷойгир шавад, порчаи AB аз порчаи CD хурд аст: $AB < CD$ (расми 27 в).



Расми 27

4) Агар ибтидои нур ва ягон нуқтаи порчаи додашударо ҳамҷоя кунем, нуқтаи дигари порча дар нур фақат як нуқтаро муайян мекунад.

Аз мисоле, ки шумо мушоҳида намудед, дарозии порчаи OA як воҳид буд. Дар он ҷо порчаи $OB = 2 \cdot OA = 2$ воҳид, $OC = 3 \cdot OA = 3$ воҳид, $OD = 4 \cdot OA = 4$ воҳид, $OE = 5 \cdot OA = 5$ воҳид аст. Дар ҳамин мисол порчаи $OE = 5$ воҳид ва $OA = AB = BC = CD = DE = 1$ воҳид мебошанд. Дарозии порчаи OE ба суммаи дарозии қисмҳои OA, AB, BC, CD, DE баробар аст. Қисмҳои порчаи OE нуқтаҳои дохилии умумӣ надоранд (ба расми 28 нигаред).



Расми 28

Дарозии порча чунин таъриф дода мешавад:

Дарозии порча адади мусбатест, ки се шартҳои зеринро қаноат мекунад: 1. Агар порча ба қисмҳои ҷудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохилии умумӣ надоранд, он гоҳ дарозии порча ба суммаи дарозии қисмҳои баробар аст. 2. Порчаҳои баробар дарозии баробар доранд. 3. Дарозии порчаи воҳидӣ ба як воҳид баробар мебошад.

Дар натиҷаи таҷрибаҳо бисёр одамон ба хулосае омаданд, ки воҳидҳои дарозиро доимӣ қабул намоянд. Воҳиди байналхалқии дарозӣ 1 метр (1 м) қабул карда шудааст, ки он тақрибан ба аз 40000000 як ҳиссаи меридиани Замин ($1/40000000$) баробар аст. Ин эталон дар шакли милаи филизӣ аст, ки дарозияш 1 м буда, дар ҳолати 0°C нигоҳ дошта мешавад. Он дар шаҳри Париж (пойтахти Фаронса)

маҳфуз аст. Нухай чунин эталон дар дигар мамлакатҳо низ вучуд дорад.

Барои чен кардани дарозиҳо ва масофаҳо аз дигар воҳидҳо, ки дар муқоиса бо метр тартиб дода шудаанд, истифода мебаранд.

Дар хотир доред:

1мм = 0,001м	1м = 100см	1дм = 100мм = 10 ² мм
1дм = 0,1м	1м = 10дм	1км = 10000дм = 10 ⁴ дм
1см = 0,01м	1м = 1000мм	1км = 100000см = 10 ⁵ см
1км = 1000м = 10 ³ м	1дм = 10см	1км = 1000000мм = 10 ⁶ мм
1мил = 1,852км	1см = 10мм	

Масофаи байни нуқтаҳои А ва В маънои дарозии порчаи АВ-ро дорад.

Барои муқоисаи порчаҳо аз муносибатҳои зерин истифода мебаранд:

- 1) Порчаҳои АВ ва CD баробаранд: $AB = CD$;
- 2) Порчаи АВ аз порчаи CD калон аст: $AB > CD$;
- 3) Порчаи АВ аз порчаи CD хурд аст: $AB < CD$;
- 4) Порчаи АВ калон ё баробари порчаи CD аст: $AB \geq CD$;
- 5) Порчаи АВ хурд ё баробари CD аст: $AB \leq CD$;
- 6) Порчаи АВ аз порчаи CD k -маротиба калон аст:
 $AB = k \cdot CD$;
- 7) Порчаи АВ аз порчаи CD k -маротиба хурд аст:
 $AB = CD / k$;
- 8) Порчаи АВ аз порчаи CD a воҳид калон аст:
 $AB = CD + a$;
- 9) Порчаи АВ аз порчаи CD b воҳид хурд аст: $AB = CD - b$;
- 10) Фарқи порчаҳои АВ ва CD: $AB - CD$;

Агар гӯем, ки нуқтаҳои А, В, С дар як хатти рост меҳобанд, он гоҳ яке аз шартҳои зерин иҷро мешавад:

1. $AB = AC + CB$.

Бо тариқи дигар, нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В меҳобад.

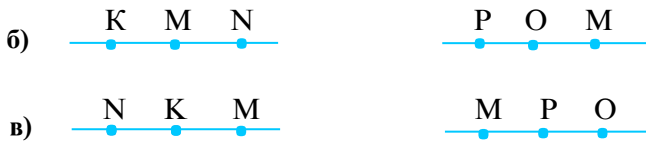
2. $AC = AB + BC$.

Нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва С меҳобад.

3. $BC = BA + AC$.

Нуқтаи А дар байни нуқтаҳои В ва С меҳобад.





Расми 29

Барои чен кардани масофа ва дарозӣ аз хаткашаки тақсимотдор (чадвал), рулетка, штангенциркул, планчӯб, спидометр, микрометр ва ғайра истифода мебаранд.

Супоришҳои зеринро аз рӯйи расмҳо иҷро кунед:

1. Расми 29-ро дар дафтарадон кашида, дар зери ҳар қадам аввал ба воситаи ишораҳои ҳарфӣ, сипас ба воситаи шарҳи ҷумлагӣ мавқеи ҷойгиршавии нуктаҳоро дар нур ва хатти рост нависед.

Аз расми 29 истифода бурда бо ишораҳои ҳарфӣ ва ҷумлаҳо муносибатҳои муқоисавии порчаҳои MN ва NK, KN ва MN, OM ва OP-ро нависед.

2. Расми 30-ро дар дафтарадон кашида, дарозии порчаи OE-ро 1 воҳид қабул карда, дарозии порчаҳои OA, OB, OK, OM, ON, MN, AC, BC, CD, DN, KM ва KN-ро муайян кунед. Дар расм ҳамагӣ чанд порча ҳаст? Қадам порча аз ҳама калон аст? Онро бо чанд тарз ба намуди маҷмуи порчаҳои дигар навиштан мумкин аст?



Расми 30

3. Агар дарозии порча бо ададҳои касрӣ ифода шуда бошад, онро чӣ тавр месозанд?

Мисолҳо 1). Агар порчаи $AB = 3,5$ см бошад, мо аввал бо хаткашак порчаи 3 см-ро кашида, дар давомаш 5 мм-ро ҷойгир мекунонем, яъне $AB = 3,5$ см = 3 см 5 мм.

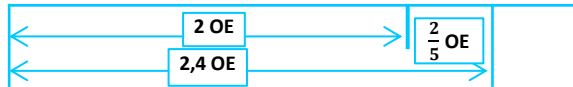
Шумо порчаҳои $AB=5,3$ см, $CD = 4,8$ см ва $MP = 0,7$ см-ро созед.

2) Агар порчаи $AB = 4\frac{2}{5}$ см бошад, аввал мо порчаи 4 см-ро кашида, пас $\frac{2}{5}$ см = $\frac{2}{5} \cdot 10$ мм = 4 мм-ро дар давомаш мегузорем.

Шумо порчаҳои зеринро бо хаткашак кашед:

а) $AB = 8\frac{3}{4}$ см, $CD = \frac{1}{5}$ см, $PK = 5\frac{1}{2}$ см, $ME = 3\frac{4}{5}$ см.

3) Агар порчаи $OB = 2,4$ ОЕ бошад, аввал мо порчаи воҳидии ОЕ-ро мекашем, сипас порчаи ба 2 ОЕ баробарро кашида, дар давомаш порчаи $0,4$ ОЕ $= \frac{4}{10}$ ОЕ $= \frac{2}{5}$ ОЕ-ро мекашем, яъне $OB = 2 \cdot ОЕ + \frac{2}{5}$ ОЕ.



Расми 31

Ба таври дигар кашидани $0,4$ ОЕ: порчаи ОЕ-ро ба дах қисми баробар чудо карда, аз он 4 қисмашро мегирем.

Шумо порчаҳои зеринро кашед:

а) $OM = 0,6 \cdot ОЕ$; б) $OK = 3,7 \cdot ОЕ$; в) $OP = 8,5 \cdot ОЕ$

г) $OS = 7,8 \cdot ОЕ$; д) $OA = 2,8 \cdot ОЕ$.

Супоришҳо барои кори мустақилона

1) Ба мо $3,6$ дм; $4,5$ м; $3,2$ км дода шудааст. Талаб карда мешавад, ки онҳоро бо см-ҳо ифода кунем:

$$3,6 \text{ дм} = 3,6 \cdot 10 \text{ см} = 36 \text{ см}; \quad 4,5 \text{ м} = 4,5 \cdot 100 \text{ см} = 450 \text{ см};$$

$$3,2 \text{ км} = 3,2 \cdot 1000 \text{ м} = 3200 \text{ м} = 3200 \cdot 100 \text{ см} = 320000 \text{ см}.$$

Шумо $4,7$ дм, $6,3$ м ва $9,4$ км-ро бо см-ҳо ифода кунед.

2) Агар 450 дм, 45 дм, $4,7$ дм, $8,3$ м ва 6 см дода шуда бошад, онҳоро ин тавр бо км-ҳо ифода мекунем:

$$450 \text{ дм} = (450 : 10) \text{ м} = 45 \text{ м} = (45 : 1000) \text{ км} = 0,045 \text{ км};$$

$$45 \text{ дм} = (45 : 10) \text{ м} = 4,5 \text{ м} = (4,5 : 1000) \text{ км} = 0,0045 \text{ км};$$

$$4,7 \text{ дм} = (4,7 : 10) \text{ м} = 0,00047 \text{ км};$$

$$8,3 \text{ м} = (8,3 : 1000) \text{ км} = 0,0083 \text{ км}; \quad 6 \text{ см} = (6 : 10) \text{ дм} = 0,6 \text{ дм} = (0,6 : 10) \text{ м} = 0,06 \text{ м} = 0,00006 \text{ км}.$$

Шумо 370 дм; 48 дм; $0,6$ дм; 780 м; $9,4$ м; 820 см; 15000 см; 4 см ва 5 мм-ро бо км-ҳо ифода кунед.

3) Агар $6\frac{7}{8}$ мм дода шуда бошад, онро ин тавр бо км ифода кардан мумкин аст: $1 \text{ км} = 1000 \text{ м} = 100000 \text{ см} = 1000000 \text{ мм}$, пас

$$6\frac{7}{8} \text{ мм} = \frac{55}{8} \cdot \frac{1}{1000000} \text{ км} = \frac{55}{8000000} \text{ км} = \frac{11}{1600000} \text{ км}.$$

Шумо $5\frac{6}{7}$ мм, $8\frac{4}{3}$ дм, $9\frac{1}{5}$ м, 450 мм, $4\frac{3}{8}$ м, $9\frac{3}{10}$ см-ро бо км-ҳо ифода кунед.

САВОЛҲО БАРОИ САНЧИШ

1. Кадом мафҳумҳои геометриро таъриф додан шарт нест? Уқлидус дар бораи онҳо чӣ гуфта буд?
2. Уқлидус кист ва кадом китобро навиштааст?
3. Калимаи геометрия чӣ маъно дорад?
4. Геометрия аз чанд қисм иборат аст?
5. Аз ду нукта чанд хатти рост мегузарад?
6. Ду хатти рост чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд?
7. Чӣ гуна хатҳои ростро параллел меноманд? Онҳоро дар кучо дидан мумкин аст?
8. Чӣ гуна хатҳои рост бурандаанд?
9. Хатти рост ҳамвориро ба чанд қисм чудо мекунад ва ҳар як қисмаш чӣ ном дорад?
10. Нур чист? Ҳангоми тасвир нурро аз хатти рост чӣ тавр фарқ мекунанд?
11. Нурҳо чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Ҳамаи ҳолатҳоро тасвир намоед.
12. Порча чист? Намудҳои ишораи порча чигунаанд?
13. Н. И. Лобачевский кӣ буд?
14. Аз аҷдоди гузаштаи мо кӣҳо доир ба геометрия асарҳо эҷод кардаанд?
15. Воҳидҳои дарозӣ кадоманд ва кадомаш эталони дарозӣ мебошад?
16. Шумо дар бораи хат чӣ медонед? Хатҳо чанд намуд доранд?
17. Сатҳ чист? Доир ба сатҳ мисол оваред.
18. Ду порча чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Онҳоро тасвир намоед.
19. Дарозиро ба воситаи кадом асбобҳо чен менамоянд?
20. Хосиятҳои асосии дарозӣ кадомҳоянд?
21. Аксиома чист?
22. Теорема ва исбот чист?
23. Таъриф чи гуна мулоҳиза (ҷумла) аст?
24. Шумо кадом шаклҳои геометриро медонед?
25. Агар як нукта дар байни ду нуктаи дигар воқеъ бошад, онро чӣ тавр тасвир менамоянд?

МАСЪАЛАҲО

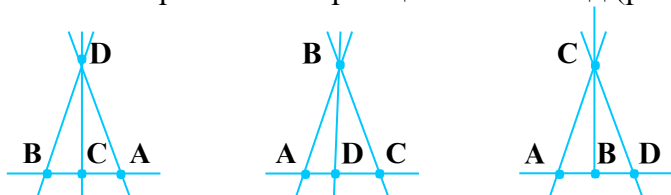
1. Дар ҳамворӣ 4 нуктаи А, В, С, D-ро интихоб кунед. Аз ин нуктаҳо чанд хатти рост мегузарад? Чанд порча ҳосил мешавад, ки нӯғҳояшон ҳамин нуктаҳо бошанд.

Ҳал. Пеш аз ҳама ҳолатҳои ҷойгиршавии нуктаҳоро муайян мекунем.

1) Ҷор нуктаи А, В, С, D метавонанд ҳамчун шаванд, он гоҳ онҳо як нуктаро тасвир мекунанд. Аз нукта хатти рости

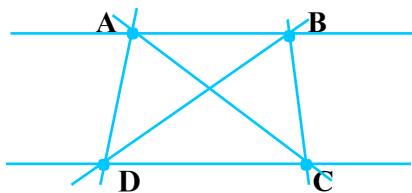
миқдораи бешумор мегузарад ва ягон порча ҳосил намешавад.

2) Чор нуқта метавонад сетоғӣ: а) А, В, С дар як хатти рост ва D берун аз он; б) А, С, D дар як хатти рост, В берун аз он; в) В, А, D дар як хатти рост, С берун аз он хобад. Ҳамагӣ 4 хатти рост ва 6 порча ҳосил мешавад (расми 32).



Расми 32

3) Аз чор нуқта ҳеҷ кадом аз сетоаш дар хатти рост намехобад. Дар ин ҳолат 6 хатти рост ва 6 порча ҳосил мешавад (расми 33).



Расми 33

4) Ҳар чор нуқта метавонанд дар як хатти рост хобанд. Дар ин ҳолат як хатти рост ва 6 порча ҳосил мешавад (расми 34).



Расми 34

Ҷавоб: Аз 4 нуқта ё як, ё чор, ё шаш, ё бешумор хатҳои рост мегузаранд. Аз 4 нуқта (агар ҳамҷоя нашаванд) 6 порчаи АВ, AD, AC, BC ва CD тартиб додан мумкин аст.

Оё мо масъаларо пурра ҳал кардем. Ба фикри шумо, боз кадом ҳолатҳои дигар ҷой доштани мумкин аст?

Агар шумо ҳалли масъаларо фаҳмида бошед, онро барои мавридҳои зерин иҷро намоед:

а) барои 3 нуқта; б) барои 5 нуқта; в) барои 6 нуқта; г) барои 10 нуқта.

2. Дар ҳамворӣ: а) се хатти рост; б) чор хатти рост; в) панҷ хатти рост; г) даҳ хатти ростро бо тарзҳои гуногун кашед. Онҳо дар чанд нуқта ҳамдигарро мебуранд?

3. Хатти рости a ва се нуктаи А, В, С дода шудаанд. Нуктаҳо нисбат ба ин хатти рости a дар кадом нимҳамвориҳо ҷойгир мешаванд? Кадом порчаҳо хатти рости a мебуранд? (Ҳамчояшавии нуктаҳоро ба эътибор нагиред).

Ҳал. Ҳолатҳои зерин имконпазир аст.

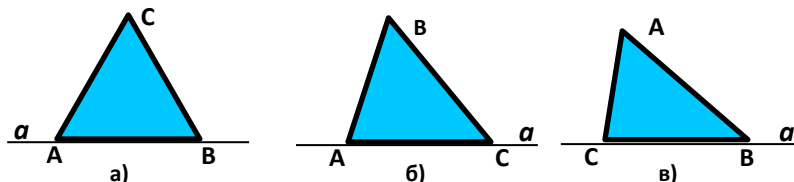
1) Нуктаҳои А, В, С дар хатти рости a меҳобанд (расми 35).



Расми 35

Се порчаи АВ, ВС, АС ҳосил мешавад. Ҳар се порча дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Ҳар се порча дар хатти рости a ҷойгиранд.

2) Ду нукта дар хатти рости a ва яктоаш берун аз он меҳобанд (расми 36).

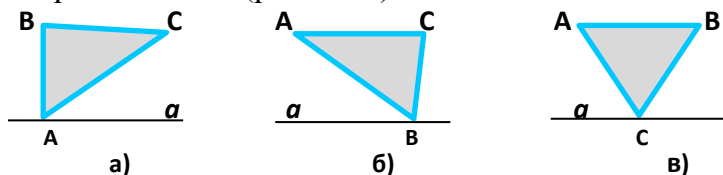


Расми 36

Як нукта дар нимҳамворӣ ва дутоаш дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Се порчаи АВ, АС, СВ ҳосил мешавад.

Як порча дар хатти рости a ҷойгир аст. Дутоаш бо хатти рости a яктогӣ нуктаи умумӣ доранд.

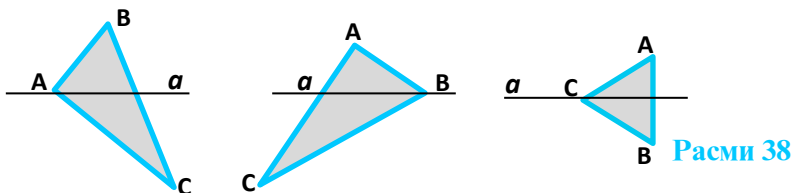
3) Як нуктаи дар хатти рости a ва дутоаш дар як нимҳамворӣ меҳобанд (расми 37).



Расми 37

Се порча ҳосил мешавад. Ҳарсеаш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ду порча ба хатти рости a нуктаи умумӣ доранд.

4) Як нукта дар хатти рости a ва дутои дигараш дар нимҳамвориҳои гуногун меҳобанд (расми 38).



Расми 38

Се порча ҳосил мешавад. Яктоаш хатти рости a -ро бурида, дутоаш бо ин хатти рост нӯги умумӣ доранд (расми 39).

5) Ҳар се нуқта дар як нимҳамворӣ мехобанд.



Расми 39

Се порча ҳосил мешавад, ки ҳеҷ кадомаш хатти ростро намебурад.

Ба фикри шумо, боз кадом ҳолат носанчида монд, он ҳолатро ёбед ва расмҳои мувофиқро кашед.

4. Хатти рости a -ро дар ҳамворӣ созад. Тасаввур кунед, ки ин роҳи мошингард бошад; а) чор; б) панҷ бино сохтан лозим аст. Ҳар ду биноро роҳи пиёдагард пайваст мекунад. Як тарафи роҳро чап, дигарашро рост ҳисобед. Кадом вақт роҳи пиёдагарди байни биноҳо бо роҳи мошингард бурида мешавад? Дар кадом ҳолат роҳи пиёдагард ба роҳи мошингард параллел шуда метавонад?

5. Дар канори роҳи мошингард: а) панҷ; б) чор; в) шаш симчӯб шинонидаанд. Чанд порчаи сими ин симчӯбхоро пайвасткунанда лозим аст? (Ҳар порчаи сим фақат ду симчӯбро пайваст мекунад). Агар симчӯбҳо ранги гуногун дошта бошанд, он гоҳ онҳо бо чанд тарз ҷойгир мешаванд? Дар ҳар ҳолат кадом симчӯб дар байн мехобад?

6. Канорҳои дарё параллел мебошанд. Дар ду канори дарё: а) се, б) чор; в) панҷ; г) шаш дарахтро бо чанд тарз шинондан мумкин аст? Агар ҳар ду дарахтро бо сим пайваст кунем, чанд порчаи сим лозим аст?

7. Хатти рости p ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунад. Чор нурро, ки ибтидояшон дар хатти рости p воқеъ аст, барои ҳолатҳои гуногун тадқиқ намоед. Дар кадом ҳолат нурҳо ҳамсамт, гуногунсамт, муқобилсамт ва пуркунандаи якдигар мешаванд?

Ҳал. 1) Ҳар чор нур дар хатти ростии p меҳобанд (расми 40).



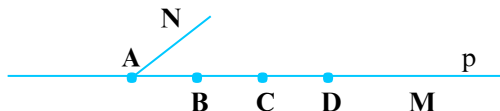
Нурҳои AM , BM , CM ва DM ҳамсамтанд. Ҳеҷ кадомашон муқобилсамт ва пуркунанда нестанд.

Шакли дигари ин ҳолат дар расми 41 оварда шудааст.



Дар ин маврид нурҳои AM ва AN муқобилсамт ва пуркунанда, нурҳои BM ва BN муқобилсамт ва пуркунанда, нурҳои AM ва BN муқобилсамт мебошанд.

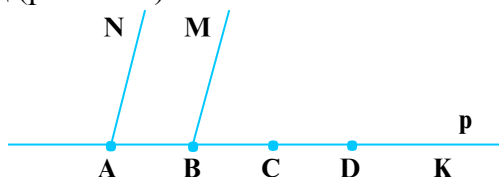
2) Се нур дар хатти ростии p ва яктояш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ибтидояш дар хатти ростии p ҷойгир аст (расми 42).



Расми 42

Дар ин ҳолат нури AN нисбат ба нурҳои BM , CM ва DM гуногунсамт буда, нурҳои BM , CM , DM ҳамсамтанд.

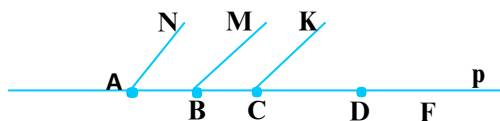
3) Ду нур дар хатти ростии p ва дутои дигараш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ибтидояшон дар хатти ростии p ҷойгир мебошад (расми 43).



Расми 43

Нурҳои AN ва BM , инчунин нурҳои CK ва DK ҳамсамт мебошанд. Нури AN бо CK ва нури BM бо DK гуногунсамтанд.

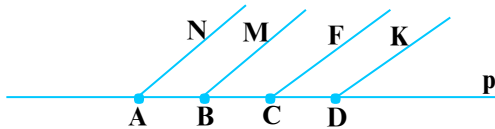
4) Як нур дар хатти ростии p ва се тои дигараш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ибтидояшон дар хатти ростии p ҷойгир аст (расми 44).



Расми 44

Нурҳои AN , BM ва CK ҳамсамт мебошанд. Ин нурҳо бо нури DF гуногунсамтанд.

5) Ҳар чор нур дар як нимҳамворӣ меҳобанд (расми 45).



Расми 45

Дар ин ҳолат нурҳо ҳамсамт мебошанд.

Дар ин ҷо қисме аз ҳал нишон дода шудааст. Шумо халро давом диҳед ва ба охир расонед.

8. Се нурро дар ҳамворӣ дар ҳолатҳое созед, ки дар ҳатти рости p наҳобанд. Дар кадом ҳолат: 1) онҳо дар як нимҳамворӣ меҳобанд; 2) нурҳо ба ҳатти рости p нуқтаи умумӣ доранд, агар ҳеч кадоми онҳо ҳамҷоя нашаванд?

9. Нуқтаҳои A, B, C, D дар ҳамворӣ меҳобанд. Агар $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $CD = 5$ см, $AC = 7$ см бошанд, дар кадом ҳолат ҳар чор нуқта дар як ҳатти рост меҳобанд?

Ҳал. Нуқтаҳои A, B, C дар як ҳатти рост меҳобанд, зеро $AC = AB + BC$ мебошад: $AB + BC = 3$ см + 4 см = 7 см = AC . Барои он ки нуқтаи D дар ин ҳатти рост ҳобад, бояд $AB + BC + CD = 3$ см + 4 см + 5 см = 12 см бошад (расми 46).



Расми 46

10. Масъалаи болоро барои мавриди чор нури ибтидоҷшон дар ҳатти рости p набуда ҳал кунед.

11. Дар кадом ҳолат се нуқтаи A, B, C дар як ҳатти рост меҳобанд ва кадомаш дар байни дутои дигараш меҳобад, агар:

а). $AB = 5$ см, $BC = 2$ см, $AC = 7$ см; б) $AB = 4,3$ дм, $BC = 1,7$ дм, $AC = 6$ см; в) $AB = 10$ см, $BC = 3$ см, $AC = 7$ см; г) $AB = 6$ мм, $BC = 8$ см, $AC = 6$ мм бошад?

12. Чор нуқтаро ихтиёрӣ дар як ҳатти рост қайд кунед.

Нуқтаҳоро бо тартиби A, B, C, D гиред. Масофаҳои AB, BC, CD -ро бо хаткашак чен кунед. Дурустии баробариҳои зеринро санҷед: а). $AC = BC + AB$; б). $BD = BC + CD$; в). $AD = AB + BC + CD$; г). $AD = AB + BD$; д). $AD = AC + CD$.

13. Чор нуқтаро тарзе гузоред, ки дар як ҳатти рост наҳобанд. Порчаҳои AB, BC, CD, AC ва BD -ро чен карда, дурустии нобаробариҳои зеринро санҷед:

а) $AD < AC + CD$; б) $AD < AB + BC + CD$;

в) $BD < BC + CD$; г) $AD < AC + CD$.

14. Агар порчаи $AD=2$ см бошад, порчаҳои зеринро созед:

а) $AB=2 \cdot AD$, б) $AC=3 \cdot AD$, в) $AM=8 \cdot AD$, г) $AE=2,5 \cdot AD$.

15. Порчаи $AD=20$ см аст. Порчаҳои зеринро созед:

$AB = \frac{1}{2}AD$, $AC = \frac{2}{5}AD$, $AM = \frac{4}{5}AD$.

16. Порчаи $MN = 10$ см аст. Порчаҳои зеринро созед:

$MA = 0,4 MN$; $MB = 1,5 MN$; $MC = 0,8 MN$.

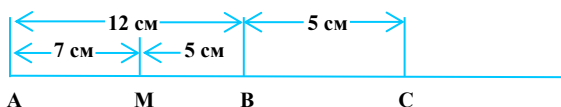
17. Масофаи байни шаҳрҳои Душанбе ва Кӯлоб 200 км аст. Ин масофаро аввал ба м, баъд бо дм, сипас бо см ва дар охир бо мм ифода кунед.

18. Порчаи $AB = 12$ см ва порчаи $BC = 5$ см аст. Порчаҳои $AB + BC$ ва $AB - BC$ -ро созед.

Ҳал. Ба расми 47 нигаред:

$AC = AB + BC = 12 \text{ см} + 5 \text{ см} = 17 \text{ см}$.

$AM = AB - BC = AB - BM = 12 \text{ см} - 5 \text{ см} = 7 \text{ см}$.



Расми 47

19. Порчаҳои AB ва BC дода шудаанд. Порчаҳои $AB + BC$, $AB - BC$, $2(AB + BC)$, $3(AB - BC)$, $\frac{2}{5}(AB + BC)$, $25(AB - BC)$ -ро созед, агар:

а) $AB = 2$ см, $BC = 4$ см; б) $AB = 4$ см, $BC = 3$ см;

в) $AB = 5$ см, $BC = 3$ см; г) $AB = \frac{2}{5}$ дм, $BC = \frac{1}{2}$ дм бошад.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед:**

1. Воҳиди доимии байналхалқии дарозӣ чист?
2. Порчаҳоро бо кадом ченак чен мекунамд?
3. Дарозии синфхона 6 м аст. Оё он порча шуда метавонад?
4. Дар кадом ҳолат порчаҳо баробар номида мешаванд?
5. Воҳидҳои дарозӣ кадомҳоянд?

БОБИ II

КУНЧҶО ВА ЧЕН КАРДАНИ КУНЧҶО

§ 2.1. КУНЧ

Мафҳуми кунҷ. Шумо ба гӯшаҳои дафтар, миз, фарши хона, ду роҳи росте, ки аз як истгоҳ мебароянд, нигаред. Агар онҳоро хаттӣ тасвир кунем, яке аз шаклҳои расми 48-ро доранд.



Расми 48

Дар ин расмҳо ду нурро мебинед, ки аз як нуқта мебароянд, онҳо кунҷро ташкил мекунад.

Таъриф. Шакле, ки аз ду нури гуногуни нуқтаи ибтидоияшон умумӣ ташкил ёфтааст, кунҷ номида мешавад.

Ибтидои нурҳо қуллаи кунҷ, ҳуди нурҳо тарафҳои кунҷ мебошанд. Дар расми 49 (а) нуқтаи O қуллаи кунҷ, нурҳои OA ва OB тарафҳои кунҷ мебошанд. Кунҷҳоро бо се ҳарфи калони алифбои лотинӣ, ки ҳарфи мобайнӣ ишораи қуллаи кунҷ ва ду ҳарфи дигар ишораи тарафҳои кунҷ мебошанд, ишора мекунад.

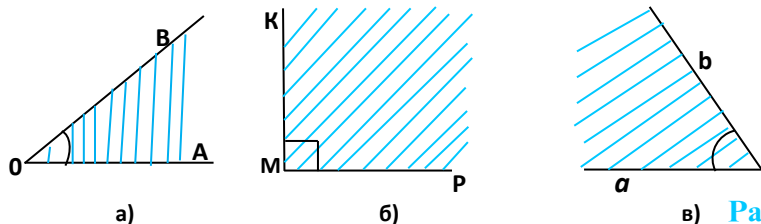
Масалан:

$\angle AOB$ - “кунҷи AOB ”, $\angle PMK$ - “кунҷи PMK ”. Баъзан кунҷҳоро бо як ҳарф, ки қуллаи кунҷ аст ё бо ду ҳарфи хурде, ки онҳо нурҳои тарафҳои кунҷ мебошанд, ишорат мекунад.

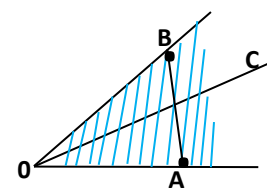
Масалан: $\angle O$, $\angle M$ ё $\angle (ab)$.

Кунҷ ҳамвориро ба ду қисм ё соҳа ҷудо мекунад. Кунҷҳоро дар амалия бо ду порчаи симе, ки аз як нуқта мебароянд, месозанд. Аксар вақт ҳангоми аз варақ, тахта ё моддаи дигар сохтани кунҷ қисми ҳамвори байни нурҳоро нигоҳ медоранд. Кунҷҳои дар расми 48 тасвирёфта ва таърифи дар боло баёншуда барои кунҷҳои хаттианд.

Қисми ҳамворие, ки бо ду нури аз як нуқта бароянда маҳдуд аст, кунҷи ҳамвор ном дорад.



в) **Расми 49**

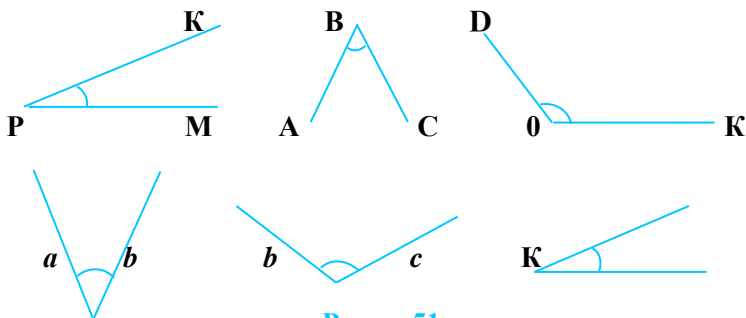


Расми 50

Агар ягон нур аз қуллаи кунҷ гузашта (–) дар дохили он ҳобад, онро **нури дохилии кунҷ** мегӯянд. Агар ягон порча ду нуктаи тарафҳои гуногуни кунҷро пайваст кунад, нури дохилии кунҷ ин порчаро мебурад. Дар кунҷи АОВ нури ОС нури дохилии кунҷ мебошад, вай порчаи АВ-ро мебурад ва кунҷро ба ду қисм ҷудо мекунад (расми 50).

МАСЪАЛАҶО

1. Ба расми 51 нигаред ва ба воситаи ишораҳо кунҷҳоро нависед.



Расми 51

- Кунҷҳои зеринро созед ва ҳарфҳои мувофиқро гузоред: $\angle MOK$, $\angle EOF$, $\angle A$, $\angle D$, $\angle(ab)$, $\angle(mn)$.
- Кунҷи МАК-ро созед ва дар он нури дохилии АС-ро гузаронед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.
- Кунҷи АВС-ро сохта, дар он нурҳои дохилии ВD ва ВE-ро созед. Ишораҳоро гузошта, кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.
- Дар як нимҳамворӣ аз як нуктаи сарҳадӣ чор нурро созед. Ишораҳоро гузошта, кунҷҳои ҳосилшударо номбар намоед.
- Ду хатти ростӣ бурандари кашед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

**Аз қисми назариявии мавзуъ истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:**

1. Кунҷро бо тарзҳои гуногун таъриф диҳед.
2. Кунҷоро дар шаклҳои гуногун тасвир кунед.
3. Кунҷоро чӣ гуна номгузорӣ мекунанд? Онҳоро дар расмҳо нишон диҳед.
4. Оид ба кунҷ аз ҳаёт мисолҳо оред.
5. Чиро кунҷи ҳамвор меноманд?

§ 2.2. КУНҶИ КУШОД. МУҚОИСА КАРДАНИ КУНҶО

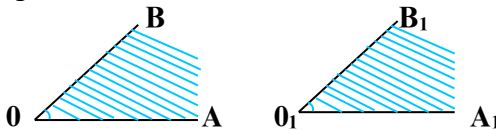
1. Кунҷи кушод. Ба расми 52 нигаред. Шумо кунҷи AOA_1 –ро мебинед. Нуқтаи O -куллаи кунҷ, нурҳои OA ва OA_1 нурҳои пуркунандаи якдигар буда, тарафҳои кунҷ мебошанд. Кунҷи AOA_1 кунҷи кушод аст.



Расми 52

Таъриф. Кунҷе, ки тарафҳояш нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷи кушод ном дорад.

2. Муқоисаи кунҷҳо. Дар расми 53 шумо кунҷҳои AOB ва $A_1O_1B_1$ -ро мебинед.



Расми 53

Кунҷҳоро ин тавр муқоиса мекунанд. Яке аз кунҷҳоро аз коғаз бурида ҷудо мекунем. Нури O_1A_1 -ро ба нури OA аз ибтидояшон ҳамҷоя мекунем. Кунҷи $A_1O_1B_1$ -ро дар нимҳамворие, ки кунҷи AOB воқеъ аст, ҷойгир мекунем. Агар нури O_1B_1 бо нури OB ҳамҷоя шавад, кунҷҳои AOB ва $A_1O_1B_1$ низ ҳамҷоя мешаванд.

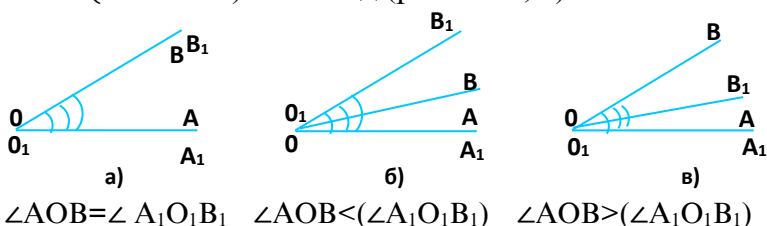
Таъриф. Ду кунҷе, ки ҳангоми болои ҳам гузоштан ҳамҷоя мешаванд, кунҷҳои баробар ном доранд.

Ҳангоми болои ҳам гузоштани ду кунҷи AOB ва $A_1O_1B_1$, аввал нурҳои OA ва O_1A_1 -ро ҳамҷоя мекунем, дар ин ҳолат агар:

1) нури OB ба нури O_1B_1 ҳамчоя шавад, он гоҳ $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$ мешавад (расми 54, а).

2) нури OB нури дохилии кунҷи $A_1O_1B_1$ бошад, он гоҳ $\angle AOB < (\angle A_1O_1B_1)$ мешавад (расми 54, б).

3) нури O_1B_1 нури дохилии кунҷи AOB бошад, он гоҳ $\angle AOB > (\angle A_1O_1B_1)$ мешавад (расми 54, в).



Расми 54

3. Градус. Чен кардани кунҷҳо. Кунҷи кушодро ба воситаи гузаронидани нурҳои дохилий ба 180 ҳиссаи баробар тақсим мекунам. Дар натиҷа кунҷе ҳосил мегардад, ки бузургиаш 1^0 (як градус) ҳисоб карда мешавад.

Таъриф. *Аз 180 як ҳиссаи кунҷи кушодро як градус меноманд, яъне $1^0 = \frac{1}{180}$ ҳиссаи кунҷи кушод мебошад.*

Бузургии кунҷи кушод ба 180^0 баробар аст.

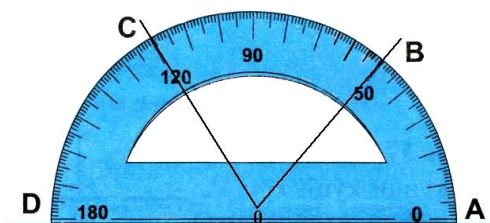
Барои чен кардани кунҷҳо ғайр аз градус боз аз дақиқаҳо ва сонияҳо низ истифода мебаранд: **1 (як дақиқа) = $\frac{1^0}{60}$ ё $1^0 = 60'$.**

1'' (як сония) = $\frac{1}{60} \cdot 1' = \frac{1}{3600} \cdot 1^0$ ё $1^0 = 60' = 3600''$.

Мисол: $5^0 = 5 \cdot 60' = 300 \cdot 60'' = 18000''$.

Кунҷҳои зеринро бо дақиқа ва сонияҳо ифода намоед: 4^0 ; 30^0 ; 60^0 ; $2,5^0$.

Кунҷҳоро бо ёрии асбобе, ки кунҷченкунак (транспортир) ном дорад, чен мекунам (расми 55).



$\angle AOB = 50^0$
 $\angle BOC = 70^0$
 $\angle AOC = 120^0$
 $\angle COD = 60^0$

Расми 55

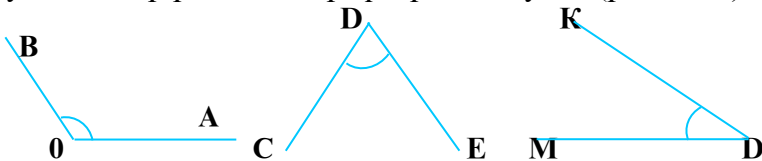
Аксиомаи чен кардани кунҷо

Ба ҳар як кунҷ бузургии мусбате мувофиқ меояд, ки се шарти зеринро қаноат мекунонад:

- 1) Кунҷҳои баробар ченаки градусии баробар доранд.
- 2) Агар кунҷ ба воситаи нурҳои дохилӣ ба кунҷҳои ҷудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохилии умумӣ надошта бошанд, он гоҳ бузургииаш ба суммаи бузургии градусии қисмҳоиаш баробар аст.
- 3) Бузургии кунҷи кушод ба 180° баробар аст.

МАСЪАЛАҲО

1. Кунҷи кушодро ба воситаи нурҳои дохилӣ ба се кунҷ ҷудо намоед. Ба воситаи кунҷченкунак он кунҷҳоро чен карда, суммашонро ёбед.
2. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои дафтаратонро чен кунед.
3. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои бузургииашон: 20° , 30° , 45° , 90° , 120° , 130° , 150° -ро созед.
4. Кунҷҳои дар расм тасвирёфтaro чен кунед (расми 56).



Расми 56

5. Ду ҳатти рости бурандаро созед. Ҳар чор кунҷи ҳосилшударо чен кунед, суммаи онҳоро ёбед.
6. Бо назардид кунҷи кушодро аввал ба ду, сипас ба чор ва баъд ба шаш қисми баробар тақсим намоед. Кунҷҳои ҳосилшударо чен карда, бо ҳам муқоиса кунед.
7. Ду ҳатти рости параллелро сохта, онҳоро бо ҳатти рости сеюм буред. Ҳашт кунҷи ҳосилшударо чен карда, бо ҳам муқоиса намоед.

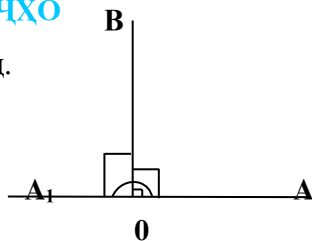
**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:**

1. Кунҷи кушодро таъриф дода, расми онро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
2. Дар кадом ҳолат ду кунҷ баробар номида мешаванд?
3. Кунҷҳоро бо кадом асбоб чен мекунанд?
4. Воҳиди кунҷ чӣ аст?
5. Кунҷҳоро бо дақиқаҳо ва сонияҳо чӣ гуна ифода мекунанд?
6. Аксиомаи чен кардани кунҷҳоро баён намоед.

§ 2.3. НАМУДИ КУНЧХО

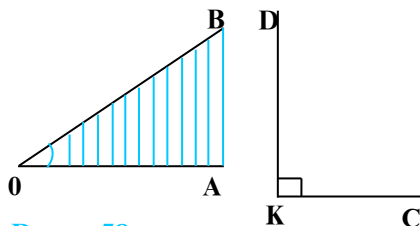
1. Кунчи рост. Ба расми 57 нигаред.

Дар ин расм $\angle AOB$ ва кунчи кушоди AOA_1 тасвир ёфтаанд. Кунчи AOB кунчи рост мебошад. Агар онро бо кунчи кушод муқоиса кунем, нисфи онро ташкил медиҳад.



Расми 57

Таъриф. Нисфи кунчи кушодро кунчи рост меноманд. Бузургии кунчи рост ба 90° баробар аст.



Расми 58

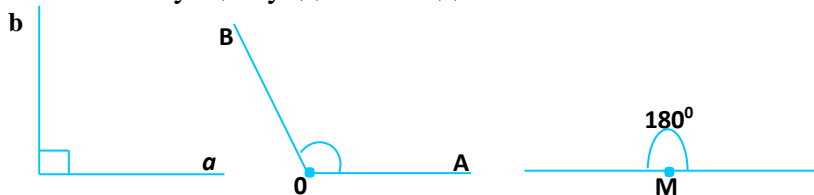
Ба кунчи рост дар ҳаёт вохӯрдан мумкин аст. Кунҷҳои сатҳи миз, кунҷҳои варақ ва дафтар, кунҷҳои девори хона ва ғайра мисоли кунҷҳои ростанд. Як кунчи кушод ба ду кунчи рост баробар аст. Дар расми 57 $\angle AOA_1 = \angle AOB + \angle BOA_1 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ аст. Ба тариқи дигар, $\angle AOA_1 = 2 \cdot \angle AOB$ мебошад.

2. Кунчи тез. Кунҷҳои дар расми 58 тасвирёфтаре мушоҳида намоед. Ба осонӣ пай бурдан мумкин аст, ки $\angle AOB$ аз кунчи рости OKC хурд аст. Кунчи AOB кунчи тез мебошад.

Таъриф. Кунҷе, ки аз кунчи рост хурд аст, кунчи тез номида мешавад. Бузургии кунчи тез аз 0° то 90° мебошад.

Кунҷҳои бузургиашон $1^\circ, 5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 89^\circ$, мисоли кунҷҳои тез мебошанд.

3. Кунчи кунд. Ба расми 59 нигаред. Он ҷо се кунҷ: яке рост, дигаре кушод ва дар байн кунчи AOB -ро мебинед. Кунчи AOB аз кунчи рост калон буда, аз кунчи кушод хурд аст. $\angle AOB$ кунчи кунд мебошад.



Расми 59

Таъриф. Кунче, ки аз кунчи рост калону аз кунчи кушод хурд аст, кунчи кунд ном дорад. Бузургии кунчи кунд аз 90^0 калону аз 180^0 хурд аст.

Ҳамин тарик, кунҷҳо 4 намуд мешаванд: кунчи кушод, кунчи рост, кунчи тез ва кунчи кунд.

МАСЪАЛАҲО

1. Аз кунҷҳои зерин кадомаш тез ва кадомаш кунд аст: 40^0 ; 150^0 ; 127^0 ; 89^0 ; 5^0 ; 36^0 ; 91^0 ; 189^0 ; 112^0 ; 30^0 ; 70^0 ; 120^0 ?

2. Бо ёрии хаткашак кунҷҳои зеринро созед: $\angle AOB$ -кунчи тез; $\angle CBP$ -кунчи кунд; $\angle DEP$ -кунчи кушод.

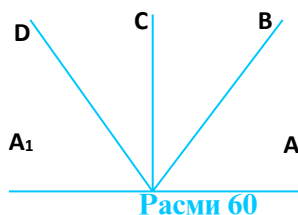
3. Агар кунҷҳои AOB ва BOC тез бошанд, $\angle AOB + \angle BOC$ -ро чен карда, кунчи калонро ёбед.

4. Кунчи кунди AOB -ро созед. Кунчи BOC -ро тарзе созед, ки $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC$ шавад. Бо кунҷченкунак кунҷҳоро чен карда, дурустии баробарию санҷед.

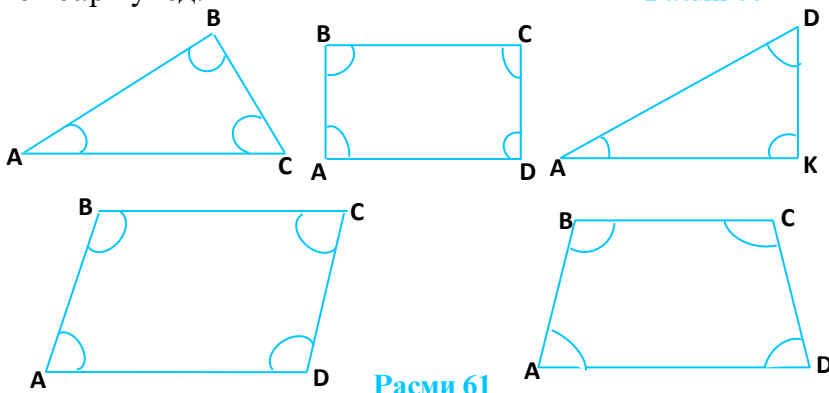
5. Дар расми 60 якчанд кунҷ тасвир ёфтаанд. Аз ин кунҷҳо кадомаш рост, кадомаш кунд ва кадомаш кушод аст.

6. Дар расми 61 якчанд шакли геометрӣ тасвир ёфтаанд. Кунҷҳои ҳар як шаклро чен карда, суммаи онҳоро ёбед.

7. Дар ҳар як шакли расми 61 кунҷҳои тез рост ва кундро номбар кунед.

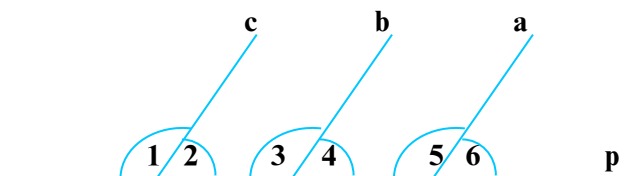


Расми 60



Расми 61

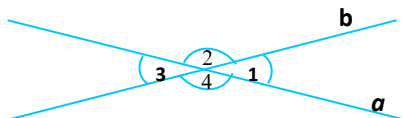
8. Ба расми 62 нигаред. Кунҷҳои 1, 2, 3, 4, 5 ва 6-ро чен карда, бо ҳам муқоиса намоед. Бузургии $\angle 1 + \angle 2$, $\angle 3 + \angle 4$, $\angle 5 + \angle 6$ -ро ёбед.



Расми 62

Агар нурҳои a , b , c ҳамсамт бошанд, онҳо бо хатти рости p , ки аз ибтидояшон мегузарад, чӣ гуна кунҷоро ташкил медиҳанд?

9. Ба расми 63 нигаред. Суммаи кунҷҳои 1, 2, 3, 4-ро ба воситаи кунҷченкунак чен карда ёбед. Агар ду хатти рост дар як нукта бурида шаванд, чанд кунҷ ҳосил мешавад, аз онҳо бузургиҳои кадомашон баробар аст. Маҷмуи кунҷҳои ҳосилшуда ба чанд градус баробар аст?



Расми 63

10. Кунҷи 150° -ро созад, онро ба ду кунҷ чудо кунед, ки яктояш рост ва дигараш тез бошад.

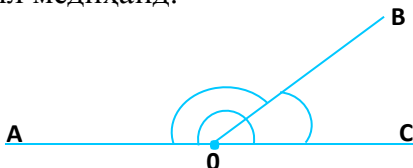
11. Кунҷи 75° -ро созад, онро то кунҷи 120° пурра намоед.

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда супоришхоро иҷро кунед:

1. Кунҷоро номбар намуда, онҳоро дар расмҳо нишон диҳед.
2. Оид ба ҳар як намуди кунҷ аз ҳаёт мисолҳо оварда, онҳоро шарҳ диҳед.
3. Бо ҷӯбчаҳо кунҷоро созад.

§ 2.4. КУНҶҲОИ ҲАМСОЯ ВА АМУДӢ (ВЕРТИКАЛӢ)

1. **Кунҷҳои ҳамсоя.** Ба расми 64 нигаред. Дар он шумо кунҷҳои AOB ва BOC -ро мебинед. Онҳо як тарафи умумии OB -ро доранд. Тарафҳои OA ва OC нурҳои пурқунандаи якдигаранд. Ҳар дуи ин кунҷҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои ҳамсояро ташкил медиҳанд.



Расми 64

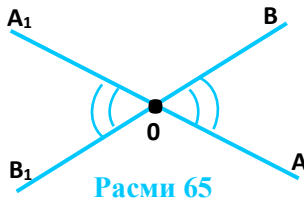
Таъриф. Ду кунче, ки як тарафи умумӣ дошта, тарафҳои дигарашон нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷҳои ҳамсоя номида мешаванд.

Теорема. Суммаи кунҷҳои ҳамсоя ба 180° баробар аст.

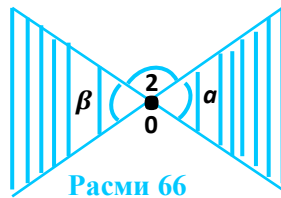
Исбот. Ба расми 64 нигаред:
 $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 180^\circ$.

Кунҷи $\angle AOC$ кунҷи кушод буда, кунҷҳои $\angle AOB$ ва $\angle BOC$ кунҷҳои ҳамсояанд.

2. Кунҷи амудӣ. Ба расми 65 нигаред. Дар он шумо кунҷҳои $\angle AOB$ ва $\angle A_1OB_1$ -ро мебинед. Ҳар дуи онҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои амудӣ (вертикалӣ) мебошанд. Тарафҳои OA ва OB -и кунҷи $\angle AOB$, мувофиқан нурҳои пуркунандаи тарафҳои OA_1 ва OB_1 -и кунҷи $\angle A_1OB_1$ мебошанд.



Расми 65



Расми 66

Таъриф. Ду кунче, ки тарафҳои онҳо нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷҳои амудӣ номида мешаванд.

Дар расми 65 кунҷҳои $\angle BOA_1$ ва $\angle AOB_1$ кунҷҳои амудӣ мебошанд. Дар расми 65 ҳамаи кунҷҳои бо ҳам амудиро номбар кунед.

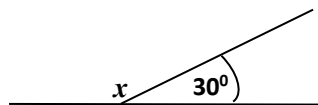
Теорема. Кунҷҳои амудӣ баробаранд.

Исбот. Ба расми 66 нигаред. Дар ин расм кунҷҳои α ва β амудӣ буда, $\angle 2$ ба ҳар кадоми онҳо ҳамсоя мебошад:
 $\alpha + \angle 2 = 180^\circ$ ва $\angle 2 + \beta = 180^\circ$. Аз ин ҷо: $\alpha + \angle 2 = \angle 2 + \beta$ ё $\alpha = \beta$.

3. Биссектрисаи кунҷ. Ба расми 67 нигаред. Дар он $\angle AOC$ ва нури OB -ро мебинед. Нури OB аз қуллаи кунҷ баромада, кунҷи $\angle AOC$ -ро ба ду кунҷҳои баробар ҷудо намудааст. Нури OB барои $\angle AOC$ биссектриса мебошад.



Расми 67



Расми 68

Таъриф. Нури, ки аз қуллаи кунҷ баромада онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи кунҷ ном дорад.

$$\angle AOB = \angle BOC = a; \quad \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 2a.$$

МАСЪАЛАҲО

1. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя 30° аст. Кунҷи дигарро ёбед.

Ҳал. Ба расми 68 нигаред, кунҷи x ва 30° кунҷҳои ҳамсояанд: $x + 30^\circ = 180^\circ$, $x = 150^\circ$.

2. Кунҷи α ба: 120° ; 40° ; 80° ; 100° ; 1° ; 175° баробар аст.

Кунҷи x ба α ҳамсоя аст. Кунҷи x -ро ёбед.

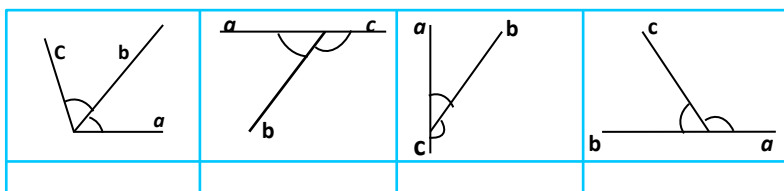
3. Кунҷҳои x ва y амудианд. Агар кунҷи x дорои қиматҳои 50° , 60° , 70° , 120° бошад, қиматҳои кунҷи y -ро ёбед.

4. Кунҷи α рост ва кунҷи β ба α ҳамсоя аст. Расми мувофиқро кашед ва кунҷи β -ро ёбед.

5. Кунҷҳои α ва β ҳамсояанд. Агар кунҷи α кунд бошад, β чӣ гуна аст?

6. Кунҷҳои α ва β ҳамсояанд. Кунҷи β кунҷи тез аст, α чӣ гуна кунҷ аст?

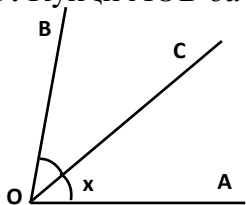
7. Ба расми 69 нигаред. Нурали $\angle(ab)$ ва $\angle(bc)$ -ро ҳамсоя пиндошт. Оё Нурали ҳақ аст? Дар зери ҳар расм дуруст ё нодуруст будани онро нависед.



Расми 69

8. Оё кунҷҳои зерин ҳамсояанд: а) 40° ва 50° ; б) 60° ва 120° ; в) 1° ва 179° ; г) 91° ва 89° ; д) 150° ва 120° ; е) 130° ва 140° ?

9. Кунҷи AOB ба 80° баробар аст.



Нури OC биссектрисаи ин кунҷ аст.

$\angle \text{AOC}$ -ро ёбед.

Ҳал. Ба расми 70 нигаред.

$\angle \text{AOB} = 80^\circ$, $\angle \text{AOC} = x$,

$\angle \text{AOC} = \frac{1}{2} \cdot \angle \text{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ$.

Расми 70

Ҷавоб: 40° .

10. Дар кунҷҳои AOB , CMK , DEP ва DAB биссектрисаҳо созад, агар: $\angle \text{AOB} = 120^\circ$, $\angle \text{CMK} = 90^\circ$, $\angle \text{DEP} = 180^\circ$ ва $\angle \text{DAB} = 60^\circ$ бошад. Биссектрисаҳо кунҷҳоро ба ду қисми ҳар кадомашон β ҷудо мекунанд. Қимати β -ро ёбед.

11. Ду кунчи ҳамсоя кашед. Дар ҳар кадом биссектриса гузаронед. Биссектрисаҳо кадом кунҷро ташкил менамоянд?

12. Се хатти рост дар нуқтаи O ҳамдигарро мебуранд. Ба кунҷҳои ҳосилшуда рақам гузored. Кунҷҳои амудино номбар кунед. Кадом кунҷҳо ҳамсояанд? Ҳамагӣ чанд кунҷи ғайрикушод ҳосил шуд?

13. Масъалаи 12-ро барои чор хатти рост ҳал кунед.

14. Агар a ва b хатҳои рости параллел ва c бурандаи онҳо бошад, ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил мешавад? Кунҷҳоро рақам гузored. Кунҷҳои ҳамсоя, амудӣ ва баробарро нишон диҳед.

15. Кунҷи кушод кашед. Биссектрисаи онро созед. Дар ҳар кунҷи ҳосилшуда боз биссектриса гузаронед. Ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил шуд? Бузургии ҳар кунҷ ба чанд градус баробар аст? Кадом кунҷҳо ҳамсояанд?

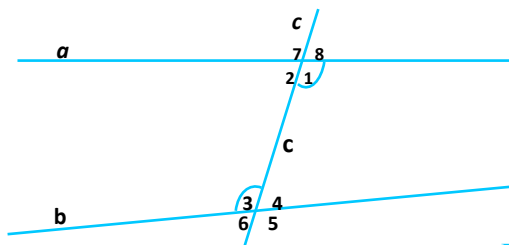
Нишондод. Нурҳои ҳосилшударо бо ҳарфҳои a, b, c ва ғайра ишора кунед.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришҳоро иҷро кунед:**

1. Аз муҳит оид ба кунҷҳои ҳамсоя мисолҳо оред.
2. Кунҷҳои ҳамсояро дар шаклҳои гуногун тасвир намуда, онҳоро номгузорӣ кунед.
3. Аз муҳит оид ба кунҷҳои амудӣ мисолҳо оред.
4. Кунҷҳои амудино дар шаклҳои гуногун тасвир намуда, онҳоро номгузорӣ кунед.
5. Биссектрисаи кунҷро таъриф диҳед.

**§ 2.5. КУНҶҲОИ ТАРАФҲОЯШОН ҲАМСАМТ.
КУНҶҲОИ ЧИЛЛИКӢ ВА ЯКТАРАФА.
АЛОМАТҲОИ ПАРАЛЛЕЛИИ ХАТҲОИ РОСТ**

1. **Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафа.** Ба расми 71 нигаред. Ду хатти рости a ва b -ро хатти рости c мебурад. Дар буриш шумо кунҷҳои 1,2,3,4,5,6,7 ва 8-ро мебинед. Кунҷи 1 ва кунҷи 3, кунҷи 2 ва кунҷи 4 кунҷҳои чилликии дохилӣ, $\angle 1$ ва $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 3$ кунҷҳои яктарафаи дохилӣ, $\angle 1$ ва $\angle 5$, $\angle 2$ ва $\angle 6$, $\angle 3$ ва $\angle 7$, $\angle 4$ ва $\angle 8$ кунҷҳои мувофиқ ном доранд.



Расми 71

Теорема. Агар $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо бошад, он гоҳ:

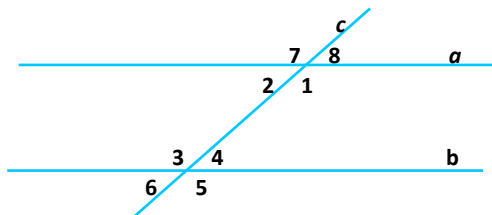
а) кунҷҳои ҷиллики дохилӣ баробаранд: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$;

б) суммаи кунҷҳои як тарафаи дохилӣ ба 180° баробар аст:

$$\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ;$$

в) кунҷҳои мувофиқ баробаранд: $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 6$ (расми 71).

Исбот. Қуллаи $\angle 4$ -ро якҷоя ба хатти рости b қад-қади хатти рости c кўчонда, ба қуллаи $\angle 8$ ҳамҷоя мекунем (расми 72). Хатҳои рости a ва b болои ҳам меафтанд. Тарафҳои дуёми $\angle 4$ ва $\angle 8$ ҳамҷоя шуда, як нуру ташкил медиҳанд. Азбаски $\angle 4$ ва $\angle 8$ пурра болои ҳам афтада ҳамҷоя мешаванд, пас $\angle 4 = \angle 8$ аст.



Расми 72

Азбаски $\angle 4 = \angle 8$ буда, $\angle 1$ ва $\angle 8$ ҳамсояанд, пас $\angle 1 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 8 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ мешавад.

Аз тарафи дигар, $\angle 2 = \angle 8$ ҳамчун кунҷҳои амудӣ буда, $\angle 4 = \angle 8$ аст. Пас $\angle 2 = \angle 4$ мешавад.

Супоришҳо

1). Исбот кунед, ки агар $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ бошад, пас $a \parallel b$ аст (расми 72).

2). $a \parallel b$ ва c -бурандаи онҳо мебошад. Агар қимати як кунҷе, ки дар буриш ҳосил мешавад, ба 30° баробар бошад, бузургии 7 кунҷи дигарро ёбед.

Ҳал. Ба расми 72 нигаред. Бигзор $\angle 8 = 30^\circ$ бошад. Он гоҳ $\angle 6 = \angle 4 = \angle 2 = \angle 8 = 30^\circ$ мешавад, зеро $\angle 6$ ва $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 8$ амудӣ буда, $\angle 2$ ва $\angle 4$ ҷиллики мебошанд. Кунҷҳои 8 ва 7

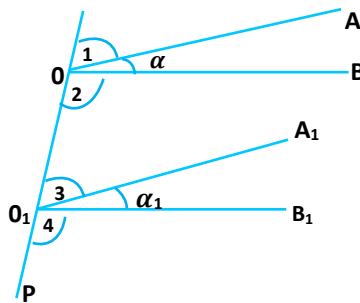
хамсојанд, аз ин $p\bar{y}$, $\angle 7 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ мешавад. Аз тарафи дигар, $\angle 5 = \angle 3 = \angle 1 = \angle 7 = 150^\circ$ мебошад.

Ҷавоб: чорто кунҷи 30° ва чорто кунҷи 150° . Шумо масъалаи ба ин монандро дар ҳолати $\angle 1 = 60^\circ$ будан ҳал намоед.

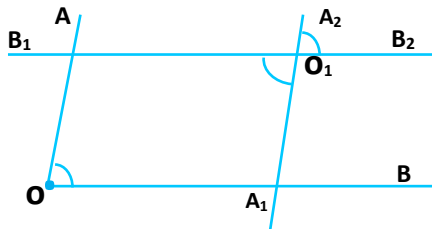
2. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт. Ба расми 73 нигаред. Дар расм ду кунҷи $\angle AOB$ ва $\angle A_1O_1B_1$ кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт мебошанд.

Теорема. *Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт баробаранд.*

Исбот. Бигзор $\angle AOB = \alpha$ ва $\angle A_1O_1B_1 = \alpha_1$ бошанд. Аз куллаи ҳарду кунҷ (O ва O_1) хатти рости p -ро мегузаронем (расми 73).



Расми 73



Расми 74

$\angle 1 = \angle 3$ ва $\angle 2 = \angle 4$ аст, чунки онҳо кунҷҳои мувофиқанд. $\angle 1 + \alpha + \angle 2 = 180^\circ$ ва $\angle 3 + \alpha_1 + \angle 4 = 180^\circ$. Аз ин ҷо:

$\angle 1 + \alpha + \angle 2 = \angle 3 + \alpha_1 + \angle 4$ ва $\alpha = \alpha_1$ ё $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

Теорема. *Кунҷҳое, ки тарафҳояшон муқобилсамтанд, баробар мебошанд.*

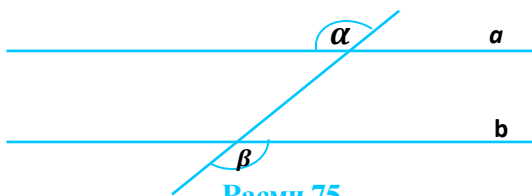
Исбот. Азбаски дар расми 74 нурҳои OA ва O_1A_1 , OB ва O_1B_1 муқобилсамтанд, кунҷҳои $\angle AOB$ ва $\angle A_1O_1B_1$ кунҷҳои тарафҳояшон муқобилсамт мебошанд. Тарафҳои кунҷи $\angle A_1O_1B_1$ -ро ба хатти рост табдил дода, кунҷи ба он амудии $\angle A_2O_1B_2$ -ро ҳосил мекунем. $\angle A_2O_1B_2$ ва $\angle AOB$ тарафҳои ҳамсамт доранд. Аз ин $p\bar{y}$, онҳо баробаранд. $\angle AOB = \angle A_2O_1B_2$ ва $\angle A_1O_1B_1 = \angle A_2O_1B_2$, пас $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

МАСЪАЛАҲО

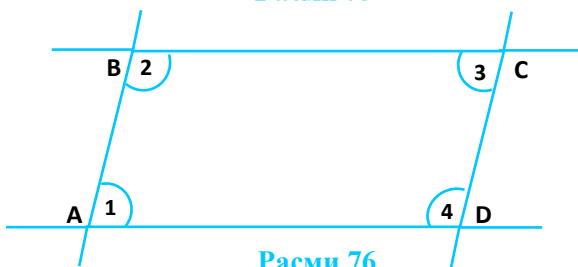
1. $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо мебошад. Суммаи ду кунҷи ҳосилшуда 180° аст. Ҳамаи кунҷҳои ҳосилшударо ёбед.

2. Ҳатҳои рости a ва b -ро ҳатти рости c мебурад (расми 75). Агар $\alpha = \beta$ бошад, исбот кунед, ки $a \parallel b$ аст.

3. Нурҳои AB ва A_1B_1 бо ҳатти рости p кунҷҳои 30° -ро ташкил медиҳанд. Исбот кунед, ки нурҳои AB ва A_1B_1 ё ҳамсамт, ё муқобилсамтанд (A ва A_1 дар ҳатти рости p меҳобанд).



Расми 75

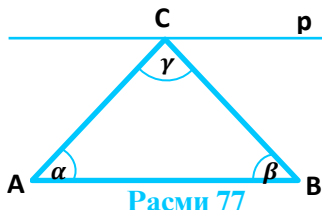


Расми 76

4. Агар нурҳои a ва b ҳамсамт буда, ҳатти рости p аз ибтидои онҳо гузарад, исбот кунед, ки онҳо бо ин ҳатти рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

5. Ба расми 76 нигаред. Маълум аст, ки $AB \parallel DC$ ва $AD \parallel BC$ мебошад. Исбот кунед, ки $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ аст.

6. Ба расми 77 нигаред. Ҳатти рости $p \parallel AB$ аст. Исбот кунед, ки $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ мебошад.



Расми 77

7. Се хатти рости a , b , c параллеланд. Хатти рости p онҳоро мебурад. Дар буриш 12-то кунҷ ҳосил мешавад. Агар яке аз кунҷҳо 50° бошад, 11-то кунҷи боқимондари ёбед.

8. Аз нуқтаи А-и беруни хатти рости a хатти рости ба он параллелро созад. Ҳангоми сохтан аз кунҷченкунак ва хаткашак истифода баред.

Ҳал.

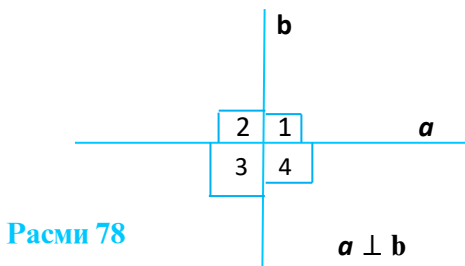
- 1) Хатти рости a ва берун аз он нуқтаи А-ро месозем.
- 2) Аз нуқтаи А хатти рости бурандаи АВ-ро нисбат ба a месозем. В нуқтаи буриш аст.
- 3) Кунҷи байни АВ ва хатти рости a -ро чен мекунем.
- 4) Аз нуқтаи А кунҷи ба он баробарро месозем, ки тарафаш нури АВ бошад.
- 5) Тарафи дар хатти рости АВ нахобидаро ба хатти рост табдил медиҳем.

**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:**

1. Кунҷҳои ҷиликӣ ва яктарафаро таъриф дода, онҳоро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
2. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамтро шарҳ дода, онҳоро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
3. Оид ба кунҷҳои ҳамсамт аз муҳит мисол оред.
4. Аломатҳои параллелии хатҳои ростро шарҳ диҳед.
5. Оё дар синф кунҷҳои ҷиликӣ ва яктарафаро дида метавонед?

§ 2.6. ХАТҲОИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

1. Мафҳуми хатҳои рости перпендикуляр. Дар расми 78 хатҳои рости бурандаи a ва b тасвир ёфтаанд. Чорто кунҷи 1, 2, 3 ва 4 ҳосил шудааст. Ҳар чори онҳо кунҷҳои ростанд, яъне $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$ мебошад.

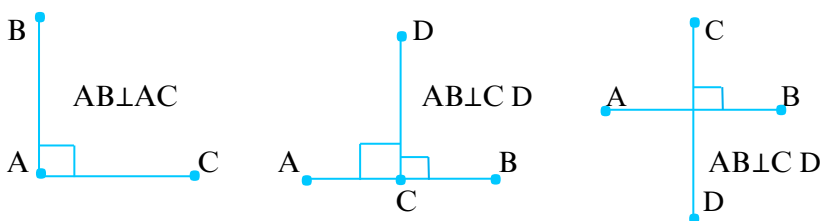


Хатҳои рости a ва b бо ҳам перпендикуляранд.

Таъриф. Ду хатти росте, ки дар буриши кунҷҳои ростро ҳосил мекунанд, хатҳои рости бо ҳам перпендикуляр номида мешаванд.

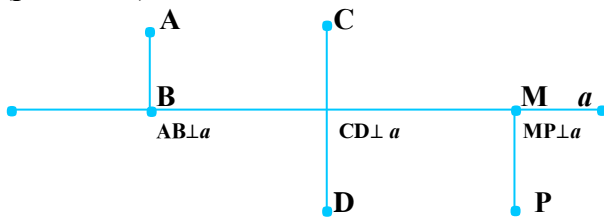
Агар a ба b перпендикуляр бошад, инро чунин менависанд: $a \perp b$.

Теғаҳои миз, ки аз як қулла мебароянд, теғаҳои аз як қулла барояндаи дафтар, теғаҳои девор ва хатҳое, ки дар фарши хона ҷойгиранд ва аз як қулла мебароянд, мисоли хатҳои рости перпендикуляр мебошанд. Порчаҳое, ки як нӯги умумӣ доранду кунҷи ростро ташкил медиҳанд, перпендикуляр мебошанд (расми 79).



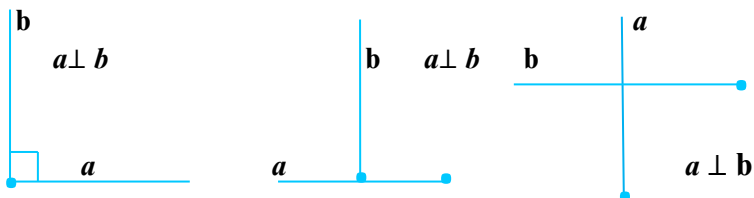
Расми 79

Порча ба хатти рост перпендикуляр аст, агар бо хатти рост як нуқтаи умумӣ дошта, бо он кунҷи ростро ташкил кунад (расми 80).



Расми 80

Ду нур перпендикуляранд, агар онҳо нуқтаи умумӣ дошта, кунҷи ростро ташкил намоянд (расми 81).

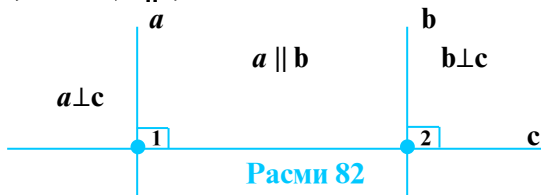


Расми 81

Супориш. Шумо ҳолатҳои перпендикулярӣ нур ва хатти рост, порча ва нурро тасвир намуда, онҳоро шарҳ диҳед. Ба фикри шумо тарафҳои кадом кунҷ бо ҳам перпендикуляранд?

2. Баъзе хосиятҳои перпендикулярӣ хатҳои рост.

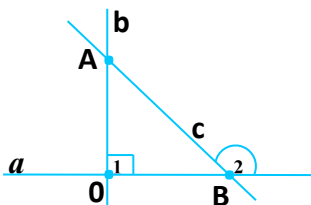
Теорема. Агар ду хатти рости a ва b ба хатти рости сеюм c перпендикуляр бошад, он гоҳ онҳо параллеланд (Агар $a \perp c$ ва $b \perp c$, он гоҳ $a \parallel b$).



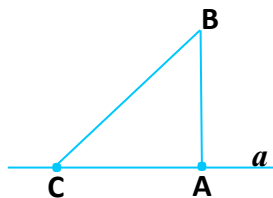
Исбот. Ба расми 82 нигаред. $a \perp c$ буда, $\angle 1 = 90^\circ$ аст. $b \perp c$ буда, $\angle 2 = 90^\circ$ мебошад. Аз ин ҷо: $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ буда, $a \parallel b$ мебошад.

Теорема. Аз нуқтаи A -и беруни хатти рости a ба ин хатти рост фақат як хатти рости перпендикулярро гузаронидан мумкин аст.

Исбот. Ба расми 83 нигаред. Аз нуқтаи A хатти рости бурандари тарзе месозем, ки бо a кунҷи ростро ташкил диҳад ва онро бо b ишорат мекунем. О-нуқтаи буриш. Фарз мекунем, ки боз ягон хатти рости c аз нуқтаи A гузашта ба a перпендикуляр аст. Нуқтаи буриш B аст. Азбаски $c \perp a$, пас $\angle 2 = 90^\circ$ аст. Аз тарафи дигар, $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ -ро ҳосил кардем, ки онҳо кунҷҳои мувофиқанд. Азбаски $\angle 1 = \angle 2$ аст, бинобар ин, бояд $b \perp c$ бошад, вале хатҳои рости параллел ҳамдигарро намебуранд. Азбаски b ва c дар нуқтаи A якдигарро мебуранд, фарзи мо дар бораи аз нуқтаи A гузаштани ду хатти рости ба a перпендикуляр нодуруст аст.



Расми 83



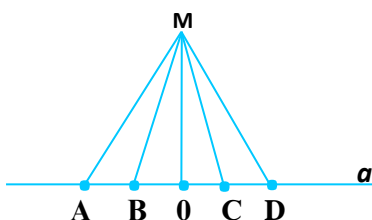
Расми 84

Яъне, аз як нуқта ба хатти рост фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.

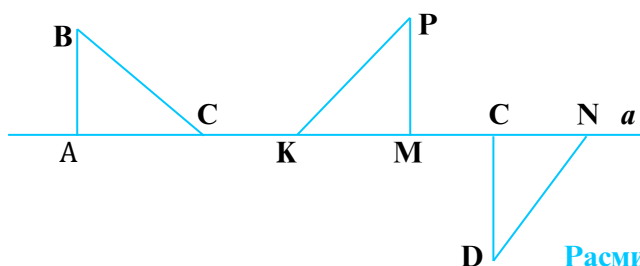
Супориш. Шумо нуктаи А-ро дар хатти рости a интихоб карда, исбот кунед, ки аз он ҳам танҳо як хатти рости a перпендикуляр мегузарад.

3. Перпендикуляр ва моил. Барои сохтани порчаҳо ва хатҳои рости перпендикуляр аз асбобе, ки кунчи рост дорад, истифода мебаранд.

Шумо дар расми 84 порчаеро мебинед, ки як нӯгаш дар хатти рости a буда, ба он перпендикуляр аст: $AB \perp a$. Порчаи AB ба хатти рости a перпендикуляр мебошад. Нуктаи A асоси перпендикуляр аст. Порчаи BC ҳам бо хатти рости a нӯги умумии C -ро дорад, аммо порчаи BC ба хатти рости a моил аст. Нуктаи C -асоси моил мебошад. Порчаи AC (асоси перпендикуляр то асоси моил) проексияи моил дар хатти рости a мебошад. Ба расми 85 нигаред. Аз нуктаи M ба хатти рости a як перпендикуляр ва якчанд моилҳо гузаронида шудааст. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки аз як нуктаи беруни хатти рост ба он як перпендикуляр ва миқдори бешумори моилҳо гузаронидан мумкин аст.



Расми 85



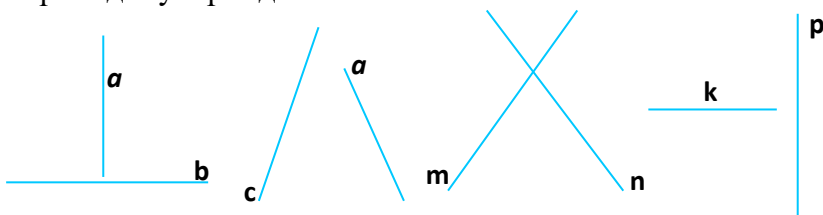
Расми 86

МАСЪАЛАҲО

1. Дар расми 86 перпендикуляр ва моилҳои тасвиршударо номбар кунед.

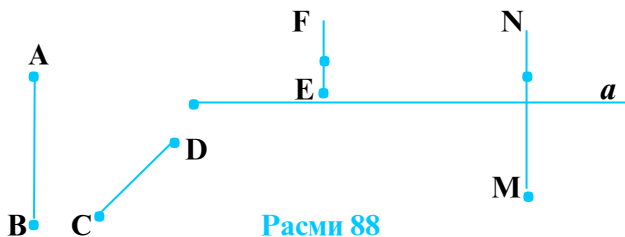
2. Ба воситаи секунҷаи нақшакашӣ: а) аз нуқтаи А-и хатти рости a ; б) аз нуқтаи М-и берунаи хатти рости a перпендикуляр гузаронед.

3. Кадом хатҳои рости дар расми 87 буда бо ҳамдигар перпендикуляранд?



Расми 87

4. Кадом порчаҳо ба нури a перпендикуляранд (расми 88)?



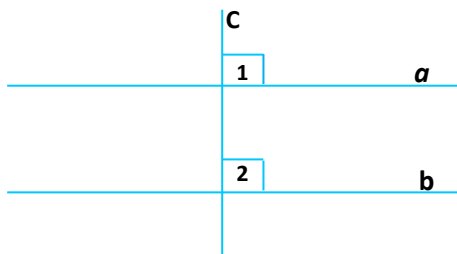
Расми 88

5. Аз нуқтаи М ба хатти рости a перпендикуляр ва моил гузаронед. Бо хаткашак дарозии перпендикуляр ва моилро чен карда, онҳоро муқоиса намоед.

6. Дар расми 89 кадом шаклҳо қисмҳои перпендикуляр доранд?



Расми 89



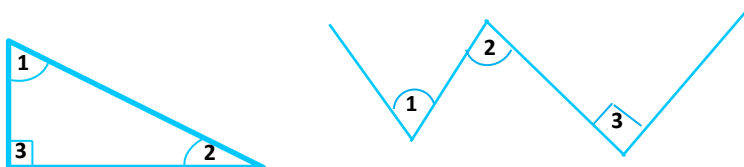
Расми 90

7. Дар расми 90 хатҳои рости a ва b хатти рости c -ро буридаанд. Агар $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ бошад, он гоҳ a ва c , b ва c , a ва b чӣ гуна ҷойгиранд?

8. Суммаи чор кунҷи дафтаратон ба чанд градус баробар аст?

9. Порчаҳои заринро кашед: $AB \perp BC \perp CD \perp DE \perp EM$. Кадом порчаҳо дар хатҳои рости параллел меҳобанд?

10. Ба расми 91 нигаред, агар $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$ бошад, суммаи кунҷҳои $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ -ро ёбед.



Расми 91

11. $a \parallel b$ ва $c \parallel d$ буда, $a \perp c$ аст. Иббот кунед, ки $b \perp d$ мебошад.

САВОЛ ВА СУПОРИШҶО БАРОИ САНҶИШ

1. Кунҷ чист?
2. Намудҳои кунҷ кадомҳоянд?
3. Кунҷҳои ҳамсоҷро таъриф диҳед.
4. Теорема дар бораи кунҷҳои ҳамсоҷ баён намоед.
5. Таърифи кунҷи ростро баён карда, чунин кунҷро кашед.
6. Кунҷи кунд чист?
7. Кунҷи тезро кашед ва онро таъриф диҳед.
8. Кунҷи амудӣ чист?
9. Теорема дар бораи кунҷҳои амудиро баён кунед.
10. Кунҷҳои чилликӣ ва яктаарафаро таъриф диҳед ва онҳоро соzed.
11. Ду кунҷе кашед, ки тарафҳояшон муқобилсамт бошанд.
12. Хатҳои рости перпендикулярро таъриф диҳед.
13. Як хатти рост кашед ва ба он порча, нур ва хатти рости перпендикуляр гузаронед.
14. Хатҳои перпендикуляр ва моилро соzed.
15. Теорема дар бораи кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт баён кунед.
16. Теорема дар бораи ду хатти рости ба хатти рости сеюм перпендикулярро иббот кунед.
17. Биссектрисаи кунҷро таъриф диҳед.
18. Кадом нур кунҷро ба ду қисми баробар тақсим мекунад?
19. Як градус чист?

20. Кадом кунҷоро баробар меноманд?
 21. $120'$ чанд градус аст?
 22. Ду хатти рост ҳамдигарро мебуранд ва дар буриш ҳар чор кунҷҳои ҳосилшуда баробаранд. Ин хатҳои рост чӣ гуна хастанд?
 23. Ду хатти рости параллел хатти рости сеюмро буридаанд. Яке аз кунҷҳои ҳосилшуда рост аст. Кунҷҳои дигар чанд градусӣ мебошанд?
 24. Аз як нуқта ба хатти рост ду нури перпендикуляр гузаронида шудааст. Нуқта нисбат ба хатти рост дар кучо меҳобад? Нурҳои сохташуда чӣ гуна ҷойгиранд?

МАСЪАЛАҲО

1. Кунҷҳои ҳамсояро ёбед, агар бузургии градусии онҳо ҳамчун $3:7$ нисбат дошта бошад.

Хал. Кунҷҳои x ва y ҳамсояанд. Мувофиқи шарти масъала $x : y = 3 : 7$ (расми 92). Аз ин ҷо $x = (3/7)y$. Аз тарафи дигар, $x + y = 180^\circ$, бинобар ин, $(3/7)y + y = 180^\circ$, $10y = 7 \cdot 180^\circ$, $y = 7 \cdot 180^\circ = 126^\circ$, $x = 3 \cdot 18^\circ = 54^\circ$.

Ҷавоб: 54° ва 126° .

2. Агар кунҷҳои ҳамсоя ҳамчун: $2:3$; $11:25$; $22:23$ нисбат дошта бошанд, бузургии градусии онҳоро ёбед.

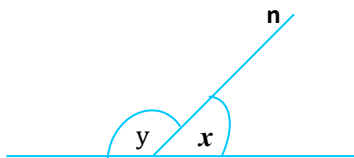
3. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя аз дигараш 30° калон аст. Бузургии градусии онҳоро ёбед.

4. Яке аз кунҷи ҳамсоя аз дигараш 3 маротиба калон аст. Бузургии градусии онҳоро ёбед.

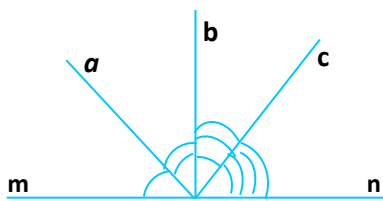
5. Кунҷ ба чанд градус баробар аст, агар суммаи ду кунҷи ба он ҳамсоя ба 120° баробар бошад.

6. Ду хатти рост ҳамдигарро мебуранд. Яке аз кунҷҳои дар буриш ҳосилшуда 30° аст. Бузургии се кунҷи дигарро ёбед.

7. Бузургии ҳар кадом кунҷро ёбед, агар суммаи се кунҷи дар буриши ду хатти рост ҳосилшуда 210° бошад.



Расми 92



Расми 93

8. Бузургии кунҷро ёбед, агар биссектриса бо яке аз тарафҳо кунҷи: а) 50° ; б) 60° ; в) 40° -ро ташкил диҳад.

9. Исбот кунед, ки биссектрисаҳои кунҷҳои ҳамсоя перпендикуляранд.

10. Кунҷҳои ҳамсоя ҳамчун $1 : 2$ нисбат доранд. Бузургии ҳар яке онҳоро ёбед.

11. Суммаи ду кунҷи амудӣ ба 130° баробар аст. Бузургии ҳар кадоми онҳоро ёбед.

12. Аз қуллаи кунҷи кушод се нури a, b, c мебароянд. Чор кунҷи ҳосилшуда ҳамчун $1:2:3:4$ нисбат доранд. Бузургии ҳар як кунҷро ёбед.

Ҳал. Бо x кунҷеро, ки бузургияш ба як ҳисса баробар аст, ишора мекунем (расми 93), он гоҳ $\angle 1 = x, \angle 2 = 2x, \angle 3 = 3x$ ва $\angle 4 = 4x$ мебошад. Аз тарафи дигар, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ, x + 2x + 3x + 4x = 180^\circ; 10x = 180^\circ; x = 18^\circ. \angle 1 = 18^\circ, \angle 2 = 2 \cdot 18^\circ = 36^\circ, \angle 3 = 3 \cdot 18^\circ = 54^\circ, \angle 4 = 4 \cdot 18^\circ = 72^\circ.$

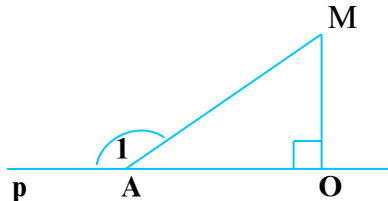
Ҷавоб: $18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ.$

13. Масъалаи 12-ро барои ду нур ва ҳамчун $3 : 7 : 8$ нисбат доштани кунҷҳои ҳосилшуда ҳал кунед.

14. Ду хатти рости параллел бо хатти рости сеюм бурида мешаванд. Фарқи ду кунҷи ҳосилшуда 80° аст. Бузургии 8 кунҷи ҳосилшударо ёбед.

15. Аз хатти рост дар нимҳамвориҳои гуногун ду кунҷи ABC ва $B'CD$ кашида шудаанд. Агар нуқтаҳои B ва C дар хатти рост хобида, нурҳои AB ва CD муқобилсамт бошанд, исбот кунед, ки $\angle ABC = \angle B'CD$ аст.

16. Аз нуқтаи M ба хатти рости p перпендикуляри MO ва моили MA -ро гузарониданд (расми 94). Агар $\angle 1 = 130^\circ$ бошад, $\angle MOA + \angle MAO$ -ро ёбед.



Расми 94

17. Аз нуқтаи M ва K ба хатти рости p моилҳои MA ва KA -ро гузарониданд. Маълум аст, ки $MA \perp KA$. Агар моилҳо

бо хатти рост кунҷҳои баробарро ташкил диҳанд, бузургии ин кунҷҳоро ёбед.

18. Аз нуқтаи M ва K ба хатти рости p моилҳои $MA \parallel KA_1$ -ро гузарониданд. Иббот кунед, ки моилҳо бо хатти рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

19. Хатҳои рости a ва b параллеланд. Аз нуқтаҳои A ва B -и хатти рости a ба хатти рости b перпендикулярҳои AA_1 ва BB_1 -ро гузарониданд. Иббот кунед, ки $AA_1 \parallel BB_1$ мебошад.

20. Хатҳои рости a ва b параллел буда, нуқтаҳои K ва M дар хатти рости b меҳобанд. Аз ин нуқтаҳо ба хатти рости a моилҳои MA ва KB гузаронида шудаанд. Агар $MA \parallel KB$ бошад, иббот кунед, ки онҳо бо хатти рости b кунҷҳои баробарро ташкил мекунанд.

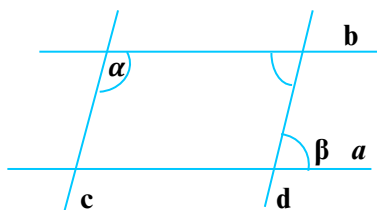
21. Иббот кунед, ки кунҷҳои тарафхояшон мувофиқан перпендикуляр баробаранд.

22. Иббот кунед, ки агар a, b, c хатҳои рост буда, $a \perp b$ ва $b \perp c$ бошанд, он гоҳ $a \parallel c$ аст.

23. Иббот кунед, ки агар a, b, c хатҳои рост буда, $a \perp b, b \perp c$ ва $c \perp d$ бошанд, он гоҳ $a \perp d$ ва $b \perp d$ аст.

24. Дар расми 95 хатҳои рости параллели a ва b хатҳои рости пераллели c ва d -ро мебуранд. Агар кунҷи α ба 120° баробар бошад, кунҷи β -ро ёбед.

25. Дар расми масъалаи 24, агар $\alpha - \beta = 80^\circ$ бошад, кунҷҳои α ва β -ро ёбед.



Расми 95

Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришхоро иҷро кунед:

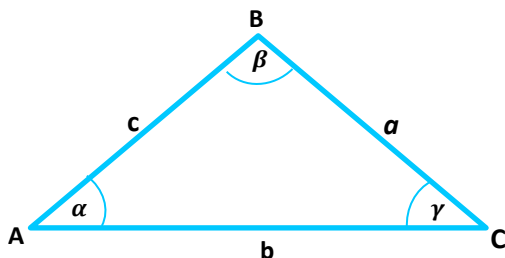
1. Хатҳои рости перпендикулярро таъриф дода, онҳоро дар шаклҳои гуногун нишон диҳед.
2. Оид ба хатҳои рости перпендикуляр аз муҳит мисолҳо оред.
3. Хосиятҳои перпендикулярӣ хатҳои ростро шарҳ диҳед.
4. Дар кадом ҳолат хатти ростро моил меноманд?

БОБИ Ш

СЕКУНЧАҶО

§ 3.1. СЕКУНЧА. СУММАИ КУНЧҶОИ ДАРУНИИ СЕКУНЧА

1. Мафҳуми секунча. Дар ҳамворӣ се нуқтаи А, В ва С-ро нишона кунед. Нуқтаҳо метавонанд дар як хатти рост хобанд ва метавонанд дар як хатти рост нахобанд. Агар се нуқтаи дар як хатти рост нахобандаро ба воситаи порчаҳо пайваст кунем, секунча ҳосил мешавад.



Расми 96

Таъриф. *Секунча шакли геометрии мебошад, ки аз се нуқтаи дар як хатти рост нахобанда ва порчаҳои онҳоро чуфт-чуфт пайвасткунанда иборат аст.*

Дар расми 96 секунчаи ABC тасвир ёфтааст. Ибораи «секунчаи ABC»-ро ин тавр менависанд: $\triangle ABC$. Нуқтаҳои А, В, С куллаҳо ва порчаҳои АВ, ВС, АС тарафҳои секунча мебошанд. Секунча се кунҷ: $\angle A$, $\angle B$ ва $\angle C$ -ро дорад. Дар секунча тарафҳоро баъзан бо ҳарфҳои a , b , c ишора мекунанд.

Дар ин ҳолат тарафҳо, бо ҳарфи хурди ишораи кунҷи муқобили онҳо ишора карда мешаванд, яъне $CB = a$, $AB = c$, $AC = b$.

Дар секунча кунҷҳоро ин тавр ишора мекунанд:

$$\angle A = \angle BAC = \alpha, \angle B = \angle ABC = \beta \text{ ва } \angle C = \angle ACB = \gamma.$$

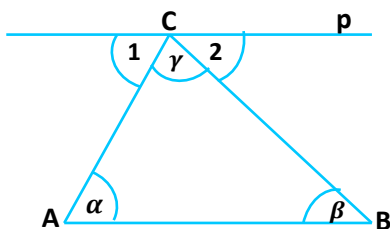
Таъриф. *Дар секунча суммаи тарафҳоро периметр меноманд: $p = AB + BC + AC = a + b + c$.*

2. Суммаи кунҷҳои дарунии секунча

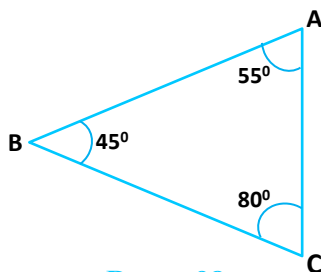
Теорема. *Суммаи кунҷҳои дарунии секунча ба 180° баробар аст.*

Исбот. Ба расми 97 нигаред. Бояд $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ бошад. Азбаски $AB \parallel p$ аст, кунҷи α ва $\angle 1$, кунҷи β ва $\angle 2$ кунҷҳои

чиликии дохилианд. Аз тарафи дигар, $\angle 1 + \gamma + \angle 2 = 180^\circ$ аст. Инак, $\alpha + \beta + \gamma = \angle 1 + \angle 2 + \gamma = 180^\circ$; яъне $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.



Расми 97



Расми 98

Масъала: 1) Оё секунчае вучуд дорад, ки кунҷҳояш 30° , 100° ва 40° бошад.

Хал. $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 40^\circ$, $\alpha + \beta + \gamma = 30^\circ + 100^\circ + 40^\circ = 170^\circ$, $170^\circ < 180^\circ$, пас чунин секунча вучуд надорад. Шумо вучуд доштан ё надоштани секунчаро барои мавриди: 1) 30° , 100° , 50° ; 2) 1° , 89° , 90° ; 3) 40° , 100° , 40° ; 4) 120° , 20° , 40° санҷед.

2) Дар секунча $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 40^\circ$ мебошад. Кунчи сеюмро ёбед.

Хал. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$.

Ҷавоб: 110° .

3. Намудҳои секунча

А) Ба расми 98 нигаред. Дар он секунчае тасвир ёфтааст, ки $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ мебошад. Маълум аст, ки ҳар се кунҷ тез ҳастанд.

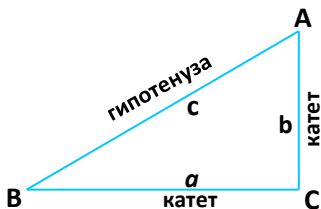
Таъриф. Секунчае, ки ҳар се кунҷаш тез аст, секунҷаи тезкунҷа ном дорад.

Дар расми 99 секунчае тасвир ёфтааст, ки фақат як кунҷаш рост аст, ду кунҷи дигараш ($\angle A$ ва $\angle B$) тез мебошанд.

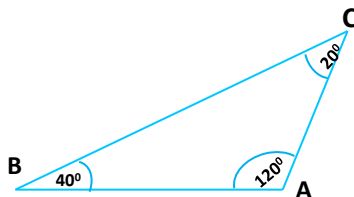
Таъриф. Секунчае, ки як кунҷи рост дорад, секунҷаи росткунҷа номида мешавад.

Дар секунҷаи росткунҷа тарафи муқобили кунҷи рост хобида **гипотенуза** ном дорад; тарафҳои, ки кунҷи ростро ташкил менамоянд, **катетҳо** номида мешаванд.

Теорема. Дар секунҷаи росткунҷа суммаи ду кунҷи тез ба 90° баробар аст.



Расми 99



Расми 100

Исбот. Ба расми 99 нигаред: $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ ва $\angle B$ тезанд. Азбаски $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ мебошад, пас $\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$; $\angle A + \angle B = 90^\circ$ мешавад.

Супоришҳо

Дар секунча $\angle C$ рост ва $\angle A$, $\angle B$ тезанд. Яке аз кунҷҳои тезро ёбед, агар: 1) $\angle A = 30^\circ$; 2) $\angle B = 70^\circ$; 3) $\angle A = 85^\circ$;

4) $\angle B = 40^\circ$; 5) $\angle A = 80^\circ$; 6) $\angle B = 55^\circ$ бошад.

Б) Ба расми 100 нигаред. Дар он $\angle A = 120^\circ$ -кунҷи кунд, $\angle B = 40^\circ$ -тез, $\angle C = 20^\circ$ -тез. Ин секунча фақат як кунҷи кунд дорад.

Таъриф. Секунчае, ки як кунҷаш кунд аст, секунҷаи кундкунҷа номида мешавад.

Супоришҳо

Аз рӯйи кунҷҳои додашуда намуди секунҷаро муайян кунед.

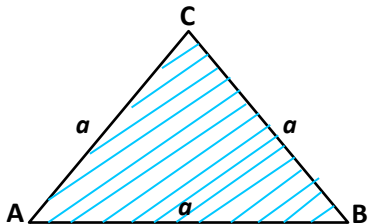
1) $\angle A = 10^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 100^\circ$; 2) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$;

3) $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 30^\circ$; 4) $\angle A = 130^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 30^\circ$;

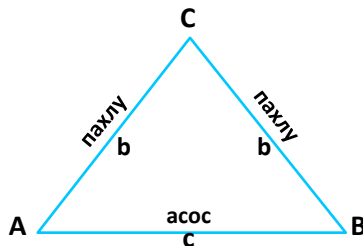
5) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$; 6) $\angle A = \angle B = 84^\circ$, $\angle C = 12^\circ$.

В) Ба расми 101 нигаред. Дар он секунчае тасвир ёфтааст, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд: $AB = BC = AC = a$.

Таъриф. Секунчае, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд, секунҷаи баробартараф ном дорад.



Расми 101



Расми 102

Баъзан секунҷаи баробартарафро секунҷаи мунтазам мегӯянд.

Г) Ба расми 102 нигаред. Шумо секунҷаеро мебинед, ки ду тарафи баробар дорад: $AC = BC = b$.

Таъриф. *Секунҷае, ки ду тарафи баробар дорад, секунҷаи баробарпахлу номида мешавад.*

Дар секунҷаи баробарпахлуи ABC: $AC = BC = b$ пахлуҳо ва $AB = c$ асос ном дорад. $\angle C$ -ро кунҷи назди қулла мегӯянд.

Ғ) Ба расми 103 нигаред. Секунҷае тасвир ёфтааст, ки тарафҳои баробар надорад, яъне $a \neq b \neq c$.

Таъриф. *Секунҷае, ки тарафҳои баробар надорад, секунҷаи гуногунтараф номида мешавад.*

Инак, шумо ба шаш намуди секунҷаҳо шинос шудед. Секунҷаҳо аз рӯйи бузургии кунҷҳояшон ба се намуд ва аз рӯйи дарозии муқоисавии тарафҳояшон низ ба се намуд ҷудо мешудаанд: секунҷаҳои тезкунҷа, росткунҷа, кундкунҷа ва секунҷаҳои баробартараф, баробарпахлу, гуногунтараф.

Машқ. Агар дар секунҷа дарозии тарафҳо маълум бошанд, намуди секунҷаро муайян кунед: 1) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 8$ см; 2) $a = 7$ см, $b = 7$ см, $c = 7$ см; 3) $a = 30$ м, $b = 40$ м, $c = 30$ м; 4) $AB = 5$ дм, $BC = 10$ дм, $AC = 12$ дм; 5) $AB = 4,5$ см, $BC = 6,5$ см, $AC = 9$ см; 6) $AB = 18$ мм, $BC = 13$ мм, $AC = 24$ мм.

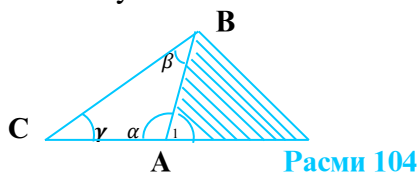
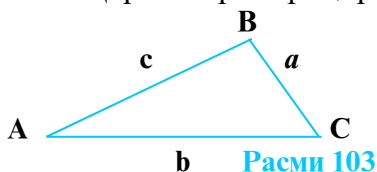
4. Кунҷи берунии секунҷа. Ба расми 104 нигаред. Дар он $\angle 1$ ба $\angle \alpha$ ҳамсоя мебошад.

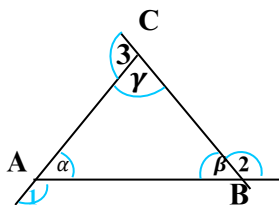
Таъриф. *Кунҷе, ки ба кунҷи дохилии секунҷа ҳамсоя аст, кунҷи берунии секунҷа ном дорад.*

Дар расми 104 кунҷи 1 кунҷи берунии секунҷа аст.

Теоремаи 1. *Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа, ки дар ҳар қулла яктоғӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.*

Исбот. Дар расми 105 бояд $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ бошад. Ба мо маълум аст, ки $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\angle 1$ ба α , $\angle 2$ ба β , $\angle 3$ ба γ ҳамсояанд, аз ин ҷо $\angle 1 + \alpha = 180^\circ$, $\angle 2 + \beta = 180^\circ$, $\angle 3 + \gamma = 180^\circ$. Ҳар се баробарихоро ҷамъ мекунем:





Расми 105

$$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\alpha + \beta + \gamma) = 540^\circ; (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + 180^\circ = 540^\circ;$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

Инак, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

Теоремаи 2. Кунчи берунии секунча, ба суммаи ду кунчи дарунии ба он ҳамсоя набуда баробар аст.

Исбот. Ба расми 105 нигаред. Бояд $\angle 1 = \beta + \gamma$ бошад. Ба мо маълум аст, ки 1 ва α ҳамсояанд, аз ин рӯ $\angle 1 + \alpha = 180^\circ$, $\angle 1 = 180^\circ - \alpha$. Аз тарафи дигар, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\beta + \gamma = 180^\circ - \alpha$. Ҳамин тариқ, $\angle 1 = \beta + \gamma$.

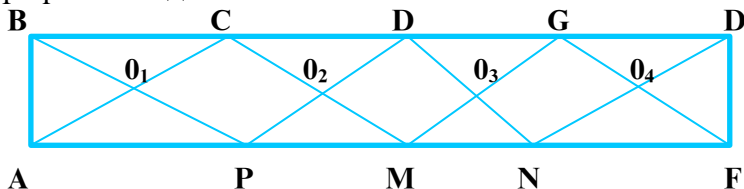
Супоришҳо

- 1) Теоремаи 2-ро барои кунҷҳои 2 ва 3 исбот намоед.
- 2) Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои беруни 150° аст. Кунҷҳои тези секунҷаро ёбед.
- 3) Оё кунҷи берунии секунча ба 180° баробар шуда метавонад?
- 4) Кунҷи дохилии назди асоси секунҷаи баробарпахлу ба 30° баробар аст. Ҳамаи кунҷҳои дохили ва беруниро ёбед.

МАСЪАЛАҲО

1. Дар расми 106 чандто секунча мавҷуд аст? Онҳоро номбар кунед.

2. Секунҷаи кундкунҷаи СРК-ро кашед, кунҷҳо ва тарафҳои онро номбар кунед. Бо ёрии кунҷченкунак ва хаткашак муайян кунед, ки муқобили кунҷи калон кадом тараф меҳобад.



Расми 106

3. Кунҷҳои секунҷа ҳамчун $2 : 3 : 5$ нисбат доранд. Бузургии кунҷҳои секунҷаро ёбед.

4. Исбот кунед, ки секунҷа ду кунҷи рост надорад.

5. Исбот кунед, ки секунҷа ду кунҷи кунд надорад.

6. Исбот кунед, ки секунҷа як кунҷи рост ва як кунҷи кунд надорад.

7. Дар расми 107 $\angle A = 30^\circ$ ва $\angle B = 40^\circ$ аст. Агар $A_1B_1 \parallel AB$ бошад, кунҷҳои секунҷаи A_1B_1C -ро ёбед.

8. Агар дар секунҷа $\angle A + \angle B = 90^\circ$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?

9. Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои тез аз дигараш 20° калон аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.

10. Дар секунҷаи ABC $\angle A = \angle B = \angle C$ мебошад. Кунҷҳои секунҷа чанд градусианд?

11. Дар секунҷаи росткунҷа кунҷҳои тези дарунӣ ҳамчун $1 : 2$ нисбат доранд. Бузургии кунҷҳоро ёбед.

12. Агар $a = 4$ см, $b = 5$ см ва $c = 8$ см бошад, периметри секунҷаро ёбед.

13. Агар дар секунҷа $a < b < c$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?

14. Периметри секунҷаи баробарпахлу 54 см аст. Агар тарафҳои секунҷа чун $2 : 2 : 5$ нисбат дошта бошанд, ин тарафҳоро ёбед.

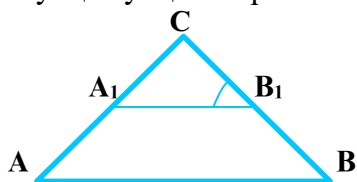
15. Дар секунҷаи баробартараф периметр ба 60 м баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

16. $\triangle ABC$ баробарпахлу мебошад. Агар тарафи AB аз BC 20 см дароз буда, периметри секунҷа 100 см бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.

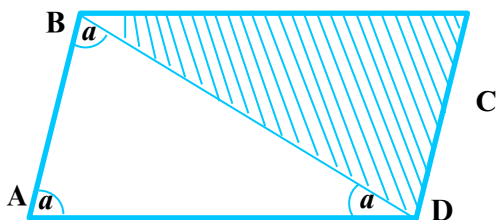
17. Агар ду кунҷи секунҷа ба 30° ва 80° баробар бошанд, кунҷҳои берунии секунҷаро ёбед.

18. Дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дохилии ба он ҳамсоя набуда 2 маротиба калон аст. Агар кунҷҳои ба ин кунҷ ҳамсоя набудаи секунҷа баробар бошанд, кунҷҳои секунҷаро ёбед.

19. Биссектрисаи кунҷи берунии секунҷа бо тарафи секунҷа кунҷи 30° -ро ташкил медиҳад. Агар фарқи ду кунҷи



Расми 107



Расми 108

секунча, ки ба тарафи BC часпидаанд 20° бошад, кунҷҳои секунҷаро ёбед (биссектрисаро аз қуллаи A гузаронед).

20. Кунҷҳои шакли дар расми 108 тасвирёфтаре ёбед, агар $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ буда, $\triangle ABD$ се кунҷи баробарро дошта бошад.

Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

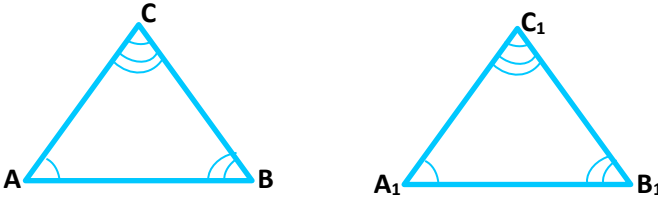
1. Секунҷаро бо тарзҳои гуногун таъриф диҳед.
2. Секунҷаҳоро тасвир намуда, онҳоро номгузорӣ намоед.
3. Аз муҳит оид ба намудҳои гуногуни секунҷа мисолҳо оред.
4. Суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа ба чанд градус баробар аст? Онро исбот намоед.
5. Суммаи кунҷҳои берунаи секунҷа ба чанд градус баробар аст? Онро исбот намоед.

§ 3.2. АЛОМАТҲОИ ЯКУМ ВА ДУЮМИ БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҲО

1. Таърифи баробарии секунҷаҳо

Дар расми 109 ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ тасвир ёфтаанд. Дар ин секунҷаҳо тарафҳо ва кунҷҳои мувофиқ бо ҳам баробаранд:

$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.



Расми 109

Таъриф. Ду секунҷа баробар номида мешаванд, агар тарафҳо ва кунҷҳои мувофиқи баробар дошта бошанд.

Агар $\left\| \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \quad \angle A = \angle A_1 \\ AB = A_1B_1 \quad \text{ва} \quad \angle B = \angle B_1 \\ AC = A_1C_1 \quad \angle C = \angle C_1 \end{array} \right\|$ бошад, он гоҳ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Масъала. 1. Ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ баробаранд. Агар $AB = 4$ см, $B_1C_1 = 5$ см, $AC = 7$ см ва $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ бошад, қисмҳои номаълуми ҳар ду секунҷаро ёбед.

Хал. Аз баробарии секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ бармеояд, ки

$$\angle A_1 = \angle A = 60^\circ, \angle A_1 = 60^\circ;$$

$$A_1B_1 = AB = 4 \text{ см}, A_1B_1 = 4 \text{ см};$$

$$BC = B_1C_1 = 5 \text{ см}, BC = 5 \text{ см ва } \angle B = \angle B_1 = 40^\circ, \angle B = 40^\circ;$$

$$A_1C_1 = AC = 7 \text{ см}, A_1C_1 = 7 \text{ см}; \angle C = \angle C_1 = 80^\circ, \angle C_1 = 80^\circ.$$

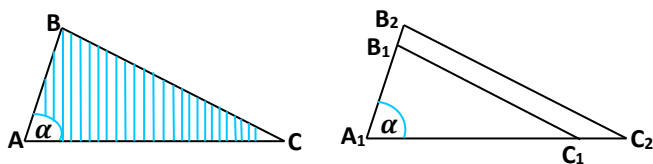
2. Дар ҳолати $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = 50^\circ$, $AB = 10 \text{ м}$, $\angle B = 60^\circ$, $AC = 20 \text{ м}$ будан, тарафҳо ва кунҷҳои $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ёбед.

2. Аломати яқуми баробарии секунҷаҳо

Теорема. Агар ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо хобидаи як секунҷа мувофиқан ба ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо хобидаи секунҷаи дигар баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Агар $\left\| \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \\ AC = A_1C_1 \\ \angle A = \angle A_1 \end{array} \right\|$ бошад, он гоҳ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Исбот. Ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ -ро месозем (расми 110).

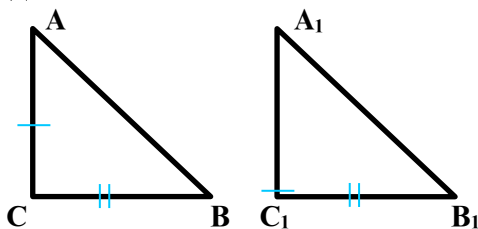


Расми 110

Тарафҳои секунҷаи $A_1B_1C_1$ -ро ба нурҳои A_1C_1 ва A_1B_1 табдил медиҳем. Кунҷи A -ро бо кунҷи A_1 ҳамчоя мекунем. Азбаски $\angle A = \angle A_1 = \alpha$ аст, нури AC ба A_1C_1 ва нури AB ба A_1B_1 ҳамчоя мешавад. Бигзор нуқтаҳои B ва C вазъияти нуқтаҳои B_2 ва C_2 -ро ишғол намоянд, он гоҳ $\triangle A_1B_2C_2 = \triangle ABC$ мешавад. Аз $AC = A_1C_1$ ва $AC = A_1C_2$ бармеояд, ки $A_1C_1 = A_1C_2$ буда, нуқтаҳои C_1 ва C_2 болои ҳам меафтанд. Аз $AB = A_1B_1$ ва $AB = A_1B_2$ бармеояд, ки $A_1B_1 = A_1B_2$ буда, нуқтаҳои B_1 ва B_2 ҳамчоя мешаванд. Аз $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_2C_2$ ва $\triangle ABC = \triangle A_1B_2C_2$ хулоса бароварда навиштан мумкин аст: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Масъала. Секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, катетҳои мувофиқан баробар доранд. Иббот кунед, ки онҳо баробаранд (расми 111).

Исбот. Бигзор $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ бошад. Тасдиқ кардан лозим аст, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Аз шарти масъала хулоса мебарояд, ки ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо хобидаи ҳар ду секунҷа мувофиқан баробаранд.



Расми 111

Аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар катетҳои мувофиқан баробар дошта бошанд.

3. Аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳо

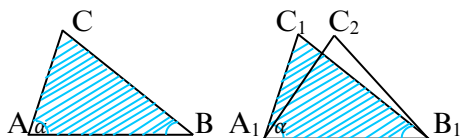
Теорема. Агар як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи як секунҷа мувофиқан ба як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи секунҷаи дигар баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Маълум. $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$, $\angle B = \angle B_1 = \beta$.

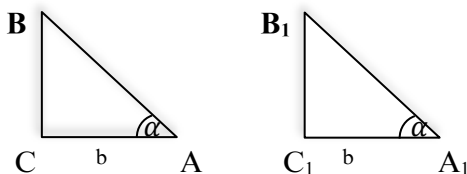
Матлуб. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 112).

Исбот. Порчаи A_1B_1 -ро ба ҳатти рост табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунем. Азбаски $AB = A_1B_1$ аст, мо онҳоро ҳамчоя карда, $\triangle ABC$ -ро дар нимҳамвории $\triangle A_1B_1C_2$ ҷойгир мекунонем ва бигзор ҳолати $\triangle A_1B_1C_2$ -ро ишғол намояд. $\angle A_1 = \angle A_2 = \alpha$ аст, пас нури A_1C_2 бо нури AC_1 ҳамчоя мешавад. $\angle B_1 = \angle B_2 = \beta$, аз ин ҷо мебарояд, ки нури B_1C_2 бо нури B_1C_1 ҳамчоя мешавад. Нуқтаи C_2 , ки буриши нурҳои A_1C_2 ва B_1C_2 буд, ба нуқтаи C_1 -и бурриши нурҳои A_1C_2 ва B_1C_1 ҳамчоя хоҳад шуд. Аз ин ҷо $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_1C_2$ мебошад. Аз баробарии $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_1C_2$ бармеояд, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Масъала. Ду секунҷаи росткунҷа яктоӣ катет ва кунҷи тези мувофиқан баробар доранд. Иббот кунед, ки ин секунҷаҳо баробаранд.



Расми 112



Расми 113

Иббот. Бигзор $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1 = b$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$ бошанд (расми 113). Иббот мекунем, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мебошад. Ба тарафи AC , $\angle A$ ва $\angle C$, ба тарафи A_1C_1 , $\angle A_1$ ва $\angle C_1$ часпидаанд, аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мебошад.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар онҳо катет ва яктоӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд.

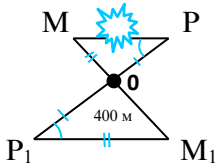
Масъала. Иббот кунед, ки агар ду секунҷаи росткунҷа гипотенуза ва яктоӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.

Иббот. Дода шудааст: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$ ва $\angle A = \angle A_1 = \alpha$. Иббот мекунем, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст. Маълум аст, ки $\angle A + \angle B = 90^\circ$, $\alpha + \angle B = 90^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \alpha$. Аз тарафи дигар, $\angle A_1 + \angle B_1 = 90^\circ$, $\alpha + \angle B_1 = 90^\circ$, $\angle B_1 = 90^\circ - \alpha$. Аз ин рӯ, $\angle B = \angle B_1$. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ яктоӣ тарафҳои $AB = A_1B_1$ маълуманд. Аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

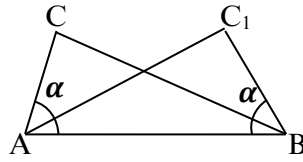
Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷае, ки гипотенуза ва кунҷҳои тези мувофиқан баробар доранд, бо ҳам баробаранд.

МАСЪАЛАҲО

1. Порчаҳои AB ва CD дар нуктаи O ҳамдигарро бурида, ба ду хиссаи баробар тақсим мешаванд. Иббот кунед, ки $\triangle AOC = \triangle BOD$ мебошад.



Расми 114



Расми 115

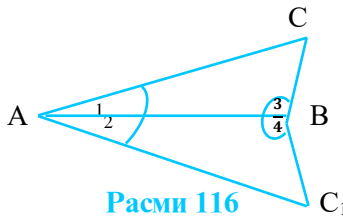
2. Дар масъалаи 1 исбот кунед, ки $AC \parallel BD$ аст.
3. Дар масъалаи 1 исбот кунед, ки $\triangle COB = \triangle AOD$ мебошад.
4. Дар масъалаи 1 исбот кунед, ки $AD \parallel CB$ аст.
5. Дар масъалаи 1, агар $AB = 10$ см бошад, BD -ро ёбед.
6. Дар байни нуқтаҳои M ва P (расми 114) монетае мавҷуд аст. Агар $OP = OP_1$, $OM = OM_1$ ва $M_1P_1 = 400$ м бошанд, масофаи MP -ро ёбед.

7. Дар расми 115 секунҷаҳои ABC ва ABC_1 тарафи умумии AB -ро доранд. Агар $\angle CAB = \angle C_1BA = \alpha$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle C_1BA$ мебошад.

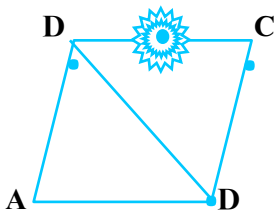
8. Ду секунҷаи MOP ва M_1OP_1 қуллаи умумии O -ро доранд. Агар $OP = OP_1$ буда, $\angle P = \angle P_1$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle MOP = \triangle M_1OP_1$ аст (расми 114).

9. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$: $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $\angle B = \angle B_1 = 50^\circ$ ва $AB = A_1B_1$ мебошанд. Агар $AC = 20$ см бошад, A_1C_1 -ро ёбед.

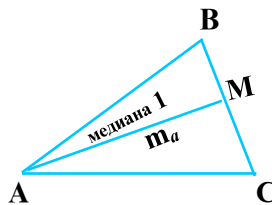
10. Нуқтаи M дар тарафи AC ва нуқтаи P дар тарафи BC хобида, $AM = BP$ ва $\angle MAB = \angle PBA$ мебошад. Исбот кунед, ки $AP = BM$ аст.



Расми 116



Расми 117



Расми 118

11. Дар расми 116, $\angle 1 = \angle 2$ ва $\angle 3 = \angle 4$ буда, $AC = 50$ м аст. Масофаи AC_1 -ро ёбед.

12. Дар расми 116, агар $CB = 40$ м бошад, масофаи BC_1 -ро ёбед.

13. Дар расми 117, $AB \parallel DC$ ва $AD \parallel BC$ мебошад. Исбот кунед, ки $\triangle ABD = \triangle CDB$.

14. Дар масъалаи 13, агар дар байни нуктаҳои D ва C монеае мавҷуд бошад, масофаи AB ба 200 м баробар бошад, дарозии DC -ро ёбед.

15. Агар секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва ABC_1 баробар бошанд, исбот кунед, ки $\triangle ACB = \triangle BC_1A$ мебошад.

**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:**

1. Секунҷаҳо дар кадом маврид баробар мешаванд? Таърифҳои гуногун диҳед.
2. Аломати яқуми баробарии секунҷаҳоро дар сохтанҳо нишон диҳед.
3. Аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳоро дар сохтанҳо нишон диҳед.

§ 3.3. МЕДИАНА, БИСЕКТРИСА ВА БАЛАНДИИ СЕКУНЧА

1. Ба расми 118 нигаред. Порчаи AM қуллаи секунҷаро ба миёнаҷойи тарафи муқобил пайваст кардааст.

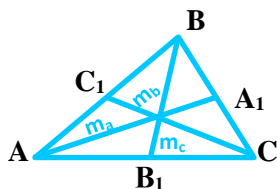
Таъриф. Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба миёнаҷойи тарафи муқобил пайваст мекунад, медианаи секунҷа номида мешавад.

Агар медиана аз қуллаи A гузаронида шуда бошад, онро бо m_a ишора мекунанд. Чунин медианаҳоро аз қуллаҳои B ва C гузаронидан мумкин аст. Ҳар як секунҷа се медиана дорад: m_a , m_b , m_c (расми 119).

2. Ба расми 120 нигаред. Аз қуллаи A ба давоми тарафи BC перпендикуляри AN фароварда шудааст.

Таъриф. Порчае, ки аз қуллаи секунҷа ба тарафи он ё ба давоми тарафи он перпендикуляр фароварда шудааст, баландии секунҷа ном дорад.

$$\begin{aligned} A_1B &= A_1C \\ C_1B &= C_1A \\ B_1A &= B_1C \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AA_1 &= m_a \\ BB_1 &= m_b \\ CC_1 &= m_c \end{aligned}$$

Расми 119

Баландии секунҷаро, ки аз қуллаи А фароварда шудааст, бо h_a ишора мекунанд. Ҳар як секунҷа се баландӣ дорад, онҳо мувофиқан бо h_a, h_b, h_c ишора карда мешаванд (расми 120).

3. Таъриф. Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба ягон нуқтаи тарафи муқобил пайваст карда, қунҷи секунҷаро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи секунҷа ном дорад.

Ҳар як секунҷа се биссектриса дорад. Дар расми 121 порчаҳои AA_1, BB_1 ва CC_1 биссектрисаҳо мебошанд.

Дар расми 122 аз қуллаи А-и $\triangle ABC$ биссектриса, медиана ва баландӣ гузаронида шудааст. Ин порчаҳо дар баъзе секунҷаҳо якхела буда, дар баъзеи дигарашон аз ҳамдигар фарқ мекунанд.

МАСЪАЛАҲО

1. Секунҷаи тезкунҷаи МКР-ро кашада, дар он медиана, биссектриса ва баландиро аз нуқтаи М гузаронед.

2. Секунҷаи росткунҷа кашед, аз се қуллаи баландихоро гузаронед. Баландихо ҳамдигарро дар кадом нуқта мебуранд?

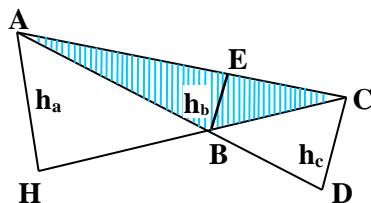
3. Секунҷаи кундкунҷа кашед ва дар он ҳар се биссектрисаро гузаронед.

4. Секунҷаи ихтиёрӣ кашада, ҳар се баландии онро гузаронед.

Ин баландихоро ба хатти рост табдил диҳед. Онҳо дар чанд нуқта бурида мешаванд?

5. Секунҷа кашед ва дар он ҳар се медианаҳоро гузаронед. Медиханаҳо дар чанд нуқта ҳамдигарро мебуранд.

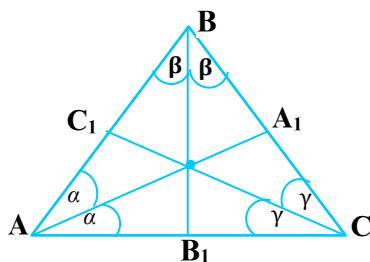
$$\begin{aligned} AH &= h_a \\ CD &= h_c \\ BE &= h_b \end{aligned}$$



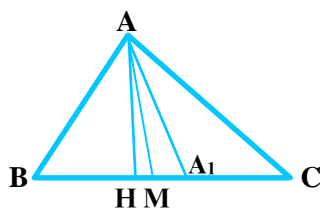
$$\begin{aligned} AH &\perp BC \\ CD &\perp AB \\ BE &\perp AC \end{aligned}$$

Расми 120

Расми 121



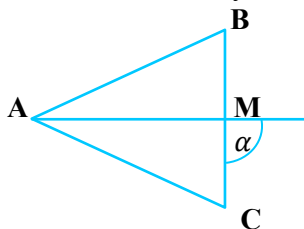
$$\begin{aligned} AA_1 &= l_a \\ BB_1 &= l_b \\ CC_1 &= l_c \end{aligned}$$



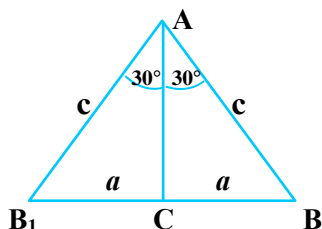
$$\begin{aligned} AH &= h_a \\ AA_1 &= l_a \\ AM &= m_a \end{aligned}$$

Расми 122

6. Секунчае кашед. Ҳар се биссектрисаро гузаронед. Биссектрисаҳо дар чанд нукта ҳамдигарро мебуранд.
7. Дар кадом секунча медианаҳо, баландиҳо ва биссектрисаҳои аз қуллаи дилҳо гузаронидашуда якхелаанд.
8. Исбот кунед, ки медианаи секунчаи баробарпахлу, ки ба асос фароварда шудааст, онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад.
9. Дар расми 123 AM биссектрисаи секунчаи ABC буда, $\alpha = 90^\circ$ аст. Исбот кунед, ки $\triangle ABM = \triangle ACM$ мебошад.



Расми 123



Расми 124

10. Исбот кунед, ки дар секунчаи росткунҷа катети муқобили кунҷи 30° ба нисфи гипотенуза баробар аст.

Маълум: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$ (расми 124).

Матлуб: $a = \frac{c}{2}$, ё $BC = \frac{AB}{2}$.

Исбот. Аз нуқтаи С порчаи $CB_1 = CB$ -ро месозем. $BB_1 = 2a$ мешавад. Аз баробарии $B_1C = BC = a$ бармеояд, ки $\triangle AB_1C = \triangle ABC$ буда, $AB = AB_1 = c$ мебошад.
 $\angle B_1AB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$. $\triangle ABB_1$ секунҷаи баробартараф аст.
 $AB = AB_1 = BB_1$, $BB_1 = AB$; $2a = c$ ва $a = \frac{c}{2}$, яъне $BC = \frac{AB}{2}$ мебошад.

Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда супоришхоро иҷро кунед:

1. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷаро дар сохтанҳо нишон диҳед.
2. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷаро таъриф дода, онҳоро аз рӯйи шаклҳои сохташуда шарҳ диҳед.

§ 3.4. ХОСИЯТҲОИ СЕКУНҶАИ БАРОБАРПАҲЛУ

Теоремаи 1. Дар секунҷаи баробарпахлу кунҷҳои назди асос баробаранд.

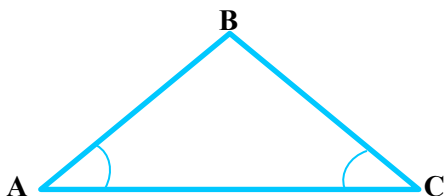
Исбот. Фарз мекунем, ки ABC секунҷаи баробарпахлуи асосаш AC мебошад (расми 125). Исбот мекунем, ки дар ин секунҷа $\angle A = \angle C$ аст. Мувофиқи аломати якуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи BAC ба секунҷаи BCA баробар аст. Дар ҳақиқат, $AB = BC$, $BC = AB$, $\angle B = \angle B$ аст. Аз баробарии ин секунҷаҳо бармеояд, ки $\angle A = \angle C$ аст. Теорема исбот шуд.

Теоремаи 2. Агар дар секунҷа ду кунҷ баробар бошанд, он гоҳ вай баробарпахлу аст.

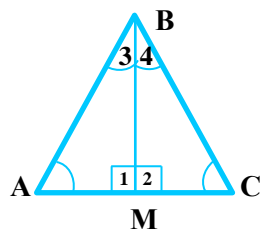
Исбот. Фарз мекунем, ки дар ABC кунҷҳои A ва C ба ҳамдигар баробаранд (расми 126). Нишон медиҳем, ки $AB = BC$ аст. Мувофиқи аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи ACB ба секунҷаи CAB баробар аст. Ҳақиқатан, $AC = CA$, $\angle C = \angle A$, $\angle A = \angle C$ аст. Аз баробарии секунҷаҳо бармеояд, ки $AB = BC$ аст.

Теоремаи 2 ба теоремаи 1 баръакс мебошад. Хулосаи теоремаи 1 шарти теоремаи 2 аст. Шарти теоремаи 1 бошад, хулосаи теоремаи 2 аст. Оянда ҳангоми омӯзиши геометрия чандин маротиба чунин теоремаҳоро мушоҳида менамоем.

Масъала. Исбот мекунем, ки дар секунҷаи баробартараф ҳар як кунҷ ба 60° баробар аст.



Расми 125



Расми 126

Маълум: $\triangle ABC$ -баробартараф, яъне $AB = BC = AC$.

Матлуб: $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$.

Исбот. Азбаски $AB = BC$ аст, пас $\triangle ABC$ баробарпахлу буда, $\angle A = \angle C$ мебошад. Аз тарафи дигар, $AB = AC$, яъне $\triangle ABC$ баробарпахлу бада, $\angle B = \angle C$ мебошад. Аз баробарии $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle C$ бармеояд, ки $\angle A = \angle B = \angle C$ аст.

Маълум аст, ки $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle A = \angle B = \angle C = x$, $x + x + x = 180^\circ$, $3x = 180^\circ$, $x = 60^\circ$, яъне $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$.

Супориш. Агар дар секунча $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ бошад, ин гуна секунча баробартараф аст. Инро исбот кунед.

Натиҷа. Дар секунчаи дилхоҳ муқобили тарафҳои баробар кунҷҳои баробар меҳобанд (хосияти баръакс низ ҷой дорад).

Теоремаи 3. Дар секунчаи баробарпахлу медианаи аз қулла ба асос фаровардашуда биссектриса ва баландии он низ мебошад.

Маълум: $\triangle ABC$ -баробарпахлу, яъне $AB = BC$ ва BM -медиана (расми 126).

Матлуб: BM -биссектриса ва BM -баландӣ.

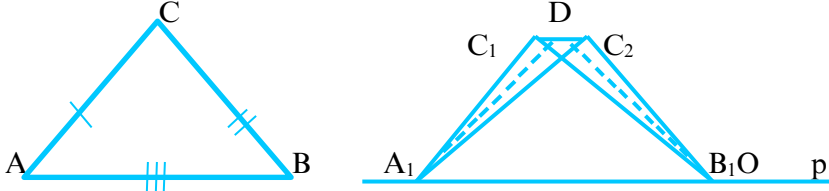
Исбот. Азбаски $BA = BC$, $AM = MC$ ва $\angle A = \angle C$ аст, пас мувофиқи аломати якуми баробарии секунчаҳо $\triangle BAM = \triangle BCM$ мешавад. Бинобар ин, $\angle 3 = \angle 4$ буда, BM биссектрисаи $\triangle ABC$ аст.

Аз тарафи дигар, $\angle A + \angle 3 + \angle 4 + \angle C = 180^\circ$ ё $\angle A + \angle 3 = \angle C + \angle 4 = 90^\circ$. Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ мебошад. Аз ин баробарӣ бармеояд, ки $BM \perp AC$ аст.

Яъне, BM баландии $\triangle ABC$ мебошад.

МАСЪАЛАҲО

1. Дар $\triangle ABC$, $AB = BC$ буда, BM биссектриса мебошад. Исбот кунед, ки BM медиана ва баландӣ аст.
2. Дар секунҷаи ABC , $AB = BC$ буда, BM баландӣ мебошад. Исбот кунед, ки BM медиана ва биссектриса аст.
3. Дар кадом секунҷа ҳар се баландиҳо, медианаҳо ва биссектрисаҳо баробаранд?
4. Дар секунҷаи баробарпахлу кунчи назди қулла 60° аст. Кунҷҳои назди асосро ёбед.
5. Исбот кунед, ки секунҷаи росткунҷаи кунчи тезаш ба 45° баробарбуда, секунҷаи баробарпахлу мебошад.
6. Агар кунчи назди қуллаи секунҷаи баробарпахлу аз кунчи назди асос 60° зиёд бошад, кунҷҳои онро ёбед.



Расми 127

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда
супоришхоро иҷро кунед:

1. Секунҷаи баробарпахлуро сохта, хосиятҳои онро фаҳмонед.
2. Хосиятҳои секунҷаи баробарпахлуро аз рӯи расмҳо фаҳмонед.

§ 3.5. АЛОМАТИ СЕЮМИ БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҲО

Теорема. Агар се тарафи як секунҷа мувофиқан ба се тарафи секунҷаи дигар баробар бошад, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Маълум: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.

Матлуб: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 127).

Исбот. Тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ба хатти ростии p табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунем. Тарафи AB -и $\triangle ABC$ -ро бо тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ ҳамҷоя менамоем. Онҳо ҳамҷоя мешаванд, чунки $A_1B_1 = AB$ аст. Секунҷаи ABC -ро дар нимҳамворие, ки $\triangle A_1B_1C_1$ воқеъ аст, ҷойгир мекунем. Бигзор вай

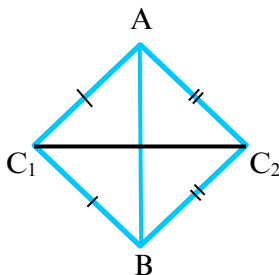
мавқеи $\Delta A_1 B_1 C_1$ -ро гирад. Нуқтаҳои C_1 ва C_2 -ро пайваст мекунем. Дар миёнаҷойи порчаи $C_1 C_2$ нуқтаи D -ро меёбем.

Порчаҳои $A_1 D$ ва $B_1 D$ -ро месозем. Азбаски $A_1 C_1 = AC = A_1 C_2$ ва $B_1 C_1 = BC = B_1 C_2$ мешаванд, пас $A_1 C_1 C_2$ ва $B_1 C_1 C_2$ секунҷаҳои баробарпахлуянд. Порчаҳои $A_1 D$ ва $B_1 D$ медианаҳо буда, баландиҳои секунҷаҳои $A_1 C_1 C_2$ ва $B_1 C_1 C_2$ мебошанд. Аз тарафи дигар, аз нуқтаи D дар ҳамворӣ ба хатти ростии $C_1 C_2$ фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Нуқтаҳои C_1 ва C_2 гуногун буда наметавонанд. Инак, $C_1 = C_2$ ҳамон як нуқта мебошад ва секунҷаҳои $A_1 B_1 C_1$ ва $A_1 B_1 C_2$ низ ҳамон як секунҷаанд, яъне $\Delta ABC = \Delta A_1 B_1 C_1$.

МАСЪАЛАҲО

1. Секунҷаҳои ABC_1 ва ABC_2 баробарпахлу буда, нуқтаҳои C_1 ва C_2 дар тарафҳои гуногуни хатти ростии AB меҳобанд. Исбот кунед, ки $\Delta AC_1 C_2 = \Delta BC_1 C_2$ мебошад (расми 128).

2. Порчаи AB ба порчаи CD перпендикуляр буда, дар нуқтаи O ҳамдигарро мебуранд. Агар $OA = OB$ бошад, исбот кунед, ки $\Delta AOC = \Delta BOC$ мебошад.



Расми 128

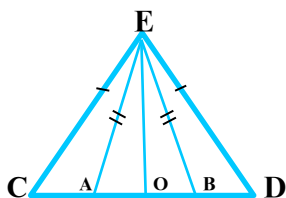
3. Дар масъалаи 2 исбот кунед, ки $\Delta BOD = \Delta AOD$ ва $\Delta ACD = \Delta BCD$ мебошанд.

4. Исбот кунед, ки нуқтаҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи баробарпахлу, дар навбати худ қуллаҳои секунҷаи баробарпахлу мебошанд.

5. Исбот кунед, ки агар нуқтаҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи баробартарафро бо ҳам пайваст кунем, секунҷаи баробартараф ҳосил мешавад.

6. Дар расми 129 секунҷаи AEB ва секунҷаи CED баробарпахлу буда, асосҳояшон миёнаҷойи умумӣ доранд.

Исбот кунед, ки секунҷаи ACE ба секунҷаи BDE баробар аст.



Расми 129

7. Дар масъалаи 6 исбот кунед, ки $\triangle CBE = \triangle DAE$ мебошад.

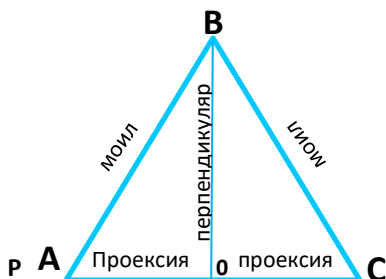
**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Аломати сеюми баробарии секунҷаҳоро дар соҳтан фаҳмонед.
2. Аломати сеюми баробарии секунҷаҳоро аз рӯи расмҳо фаҳмонед.

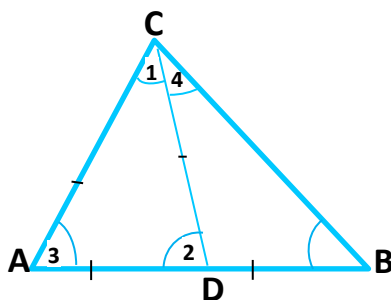
**§ 3.6. БАЎЗЕ НАТИҶАҲО АЗ АЛОМАТҲОИ
БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҲО**

1. Чор аломати баробарии секунҷаҳои росткунҷа

1. Ду секунҷаи росткунҷа, агар яктогӣ катет ва гипотенузаи баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.
2. Ду секунҷаи росткунҷа, агар дутогӣ катети баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.
3. Ду секунҷаи росткунҷа, агар гипотенуза ва яктогӣ кунчи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.
4. Ду секунҷаи росткунҷа, агар яктогӣ катет ва яктогӣ кунчи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд. Дурустии ин аломатҳо дар мавзӯи аломатҳои баробарии секунҷаҳо исбот шуда буданд.



Расми 130



Расми 131

2. Теорема доир ба моилҳои баробар

Теорема. *Агар аз ягон нуқта ба хатти рост ду моили баробар гузаронида шуда бошад, он гоҳ проексияи ин моилҳо бо ҳам баробаранд.*

Маълум: $OB \perp p$ ва $AB = BC$ моилҳо.

Матлуб: $OA = OC$ проексияҳо (расми 130).

Исбот. Азбаски $AB = BC$ мебошад, пас секунҷаи росткунҷаи AOB ба секунҷаи росткунҷаи COB баробар буда, порчаи OA ба порчаи OC баробар аст, яъне проексияҳои моилҳои баробар бо ҳам баробар шуданд.

Бояд қайд кард, ки агар моили AB ба моили CB баробар бошад, пас ҳардуи онҳо ба хатти рости p кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд, яъне $\angle OAB = \angle OCB$ мебошад.

3. Муносибати байни тарафҳо ва кунҷҳои секунҷа.

Теорема. *Дар секунҷаи дилҳох, муқобили тарафи калон, кунҷи калон меҳобад.*

Маълум: $\triangle ABC$ ва $AB > BC$.

Матлуб: $\angle C$ аз $\angle B$ калон аст (расми 131).

Исбот. Аз нуқтаи A дар нури AB порчаи $AD = AC$ -ро мегузorem. Нуқтаи C -ро бо нуқтаи D пайваст мекунем. $\angle C = \angle ACB$ аз $\angle 1 = \angle ACD$ калон аст, зеро нури CD нури дохилии $\angle ACB$ мебошад.

Аз тарафи дигар, $\angle 2 = \angle B + \angle 4$ аст, зеро $\angle 2$ кунҷи берунии $\triangle ACD$ мебошад ва $\angle 2$ аз $\angle B$ калон будааст.

Дар натиҷа $\angle C$ аз $\angle 1$ калон буда, $\angle 1 = \angle 2$ ва $\angle 2$ аз $\angle B$ калон шуд, аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки $\angle C$ аз $\angle B$ калон аст.

Теоремаи баръакси ҳамин теоремаро тартиб дода, онро мустақилона худатон исбот кунед.

4. Нобаробарии секунҷа.

Теорема. *Суммаи дарозиҳои ду тарафи секунҷа, аз дарозиҳои тарафи сеюм калон аст.*

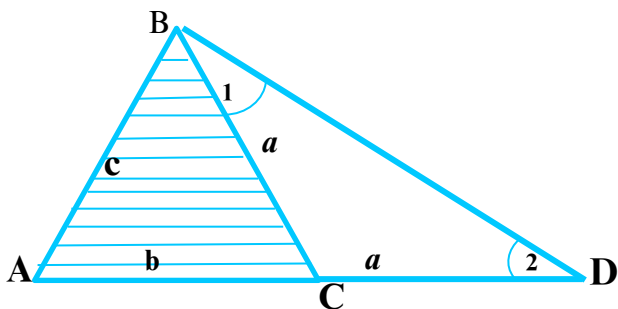
Маълум: $\triangle ABC$, $AC = b$, $BC = a$, $AB = c$ -тарафҳо.

Матлуб: $AC + CB > AB$ ё $a + b > c$;

$AC + AB > BC$ ё $b + c > a$;

$AB + BC > AC$ ё $a + c > b$.

Исбот. Ба расми 132 нигаред.



Расми 132

Аз нуқтаи С нури пуркунанда ба нури СА-ро месозем. Дар ин нур порчаи $CD = CB = a$ -ро чудо мекунем. Нуқтаи В-ро ба нуқтаи D пайваст менамоем. $\triangle BCD$ баробарпахлу аст, аз ин ҷиҳат $\angle 1 = \angle 2$ ва дар $\triangle ABD$, $AD > AB$ мебошад. Азбаски $AD = AC + CD = AC + BC$ аст, пас $AC + BC > AB$ шуд, яъне $a + b > c$. Исботи ду ҳолати дигарро худатон мустақилона иҷро намоед.

МАСЪАЛАҲО

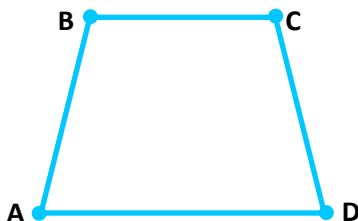
1. Дар ду секунҷаи росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $AB = A_1B_1 = 6$ см мебошанд. Исбот кунед, ки ин секунҷаҳои росткунҷа баробаранд.

2. Дар ду секунҷаи росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ гипотенуза $A_1B_1 = 30$ см ва $\angle A = 30^\circ$ аст. Агар $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ бошад, катети BC -ро ёбед.

3. Порчаи $AB \perp CD$ буда, $AB = 20$ дм мебошад. Нуқтаи О (буриши порчаҳои AB в CD) дар миёнаҷойи порчаи AB меҳобад. Агар $\angle ADB = 60^\circ$ бошад, порчаҳои AD ва DB -ро ёбед.

4. Аз нуқта ба хатти рост ду моил гузарониданд. Исбот кунед, ки агар ин моилҳо проексияҳои баробар дошта башанд, он гоҳ онҳо баробаранд.

5. Аз нуқта ба хатти рост перпендикуляр ва моил гузарониданд.



Расми 133

Дарозии моил аз перпендикуляр ду маротиба калон аст. Кунчи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

6. Аз ду нуқтаи беруни хатти рост ба он ду перпендикуляр ва ду моили баробар гузарониданд. Исбот кунед, ки ин моилҳо проексияҳои баробар доранд.

7. Дар секунча $\angle A = 30^\circ$ ва $\angle B = 40^\circ$ мебошад. Тарафҳои секунчаро муқоиса кунед.

8. Дар секунча $AB = 7$ см, $CD = 8$ см ва $AC = 13$ см мебошад. Кунҷҳои секунчаро муқоиса кунед.

9. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа катет аз гипотенуза хурд аст.

10. Исбот кунед, ки моил аз перпендикуляр калон аст, агар онҳо аз як нуқта гузаронида шуда бошанд.

11. Исбот кунед, ки проексияи моил аз ҳуди моил хурд аст.

12. Исбот кунед, ки дар секунҷаи кундкунҷа, тарафи калонтарин муқобили кунҷи кунд меҳобад.

13. Оё секунча сохтан мумкин аст, агар: а) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 10$ см; б) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 8$ см; в) $a = 20$ см, $b = 3$ см, $c = 7$ см; г) $a = 8$ см, $b = 4$ см, $c = 4$ см; ғ) $a = 4$ см, $b = 4$ см, $c = 4$ см; е) $a = 10$ дм, $b = 10$ дм, $c = 16$ дм бошад?

14. Исбот кунед, ки $AD < AB + BC + CD$ (расми 133).

15. Агар $AB = 10$ см, $BC = 15$ см, $AC = 25$ см бошанд, нуқтаҳои А, В, С чӣ гуна ҷойгиранд?

16. Агар $AB = 20$ см, $BC = 12$ см, $AC = 24$ см бошанд, нуқтаҳои А, В, С чӣ гуна ҷойгиранд?

17. Қадме аз секунҷаҳои зерин баробаранд, агар:

а) $\angle B = 60^\circ$, $AB = 10$ см; б) $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $AC = 10$ см; в) $BC = 5$ см, $AB = 10$ см, $\angle C = 90^\circ$; г) $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $AC = 10$ см бошад?

САВОЛ ВА СУПОРИШҲО БАРОИ САНЧИШ

1. Мафҳуми секунчаро таъриф диҳед.
2. Исбот кунед, ки суммаи кунҷҳои дарунии секунча ба 180° баробар аст.

3. Намудҳои секунчаро номбар кунед.

4. Секунҷаи росткунҷаро таъриф диҳед.

5. Ба катет ва гипотенуза таъриф диҳед.

6. Суммаи кунҷҳои тези секунҷаи росткунҷаро ёбед.

7. Ба секунҷаи баробарпахлу таъриф диҳед.

8. Хосияти кунҷҳои назди асоси секунҷаи баробарпахлуро баён кунед.

9. Хосияти биссектрисаи секунҷаи баробарпахлуро исбот кунед.

10. Ба секунҷаи кунджунҷа таъриф диҳед.
11. Секунҷае, ки ҳар се кунҷояш баробар аст, чӣ гуна секунҷа мебошад?
12. Секунҷаи росткунҷае, ки дорoi кунҷи 45^0 мебошад, чӣ гуна секунҷа аст?
13. Ба кунҷи берунии секунҷа таъриф диҳед.
14. Хосиятҳои кунҷи берунии секунҷаро исбот кунед.
15. Аломати якуми баробарии секунҷаҳоро баён кунед.
16. Аломати дуоми баробарии секунҷаҳоро исбот кунед.
17. Аломати сеюми баробарии секунҷаҳоро исбот кунед.
18. Аломатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷаро баён кунед.
19. Медиана чист?
20. Ба баландии секунҷа таъриф диҳед.
21. Ба биссектрисаи кунҷи секунҷа таъриф диҳед.
22. Хосияти катети муқобили кунҷи 30^0 хобидаи секунҷаи росткунҷаро баён кунед.
23. Хосияти моилҳои баробарро оред ва онро исбот кунед.
24. Нобаробарии секунҷаро нависед ва маънидод кунед.
25. Агар кунҷҳои секунҷа маълум бошанд, тарафҳоро чӣ тавр муқоиса мекунанд?
26. Исбот кунед, ки дар секунҷаи баробартараф ҳамаи кунҷҳо ба 60^0 баробар мебошанд.
27. Секунҷа кашед ва ҳар се баландихоро гузаронед.
28. Исбот кунед, ки дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дилхоҳи дохилии ба он ҳамсоя набуда калон аст.
29. Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа ба чанд градус баробар аст?
30. Бо ёрии аломатҳои баробарии секунҷаҳо масофаи дастнорасро чӣ тавр меёбанд?

МАСЪАЛАҲО

1. Аз миёнаҷойи порчаи CD ба ин порча хатти рости перпендикуляр гузарониданд. Исбот кунед, ки нуқтаи дилхоҳи ин перпендикуляр аз нӯғҳои ин порча дар як хел дурӣ воқеъ мебошад.

2. Нуқтаи D дар тарафи AB -и $\triangle ABC$ ва нуқтаи D дар тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ меҳобад. Агар $DB = D_1B_1$ ва $\triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

3. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи медиана ва кунҷе, ки медиана онро тақсим мекунад, исбот кунед.

Нишондод: медианаро боз як бори дигар дар давоми ҳадаш гузored.

4. Порчаҳои АВ ва ВD дар нуктаи О ҳамдигарро мебуранд.

Агар $\angle BAO = \angle DCO$ ва $AO = CO$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle BAO = \triangle DCO$ мебошад.

5. Периметри секунҷаи баробарпахлу 10 см ва тарафи паҳлуиаш 3 см аст. Асоси секунҷаро ёбед.

6. Периметри секунҷаи баробарпахлу 2 м ва асосаш 0,6 м аст.

Дарозии тарафҳои паҳлуиро ёбед.

7. Периметри секунҷаи баробарпахлу 18,4 дм буда: 1) асосаш аз тарафи паҳлӯй 0,6 дм хурд аст; 2) асос аз тарафи паҳлӯй 3,4 дм калон аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

8. Баробарии секунҷаҳои баробарпахлуро аз рӯйи биссектрисаҳои кунҷҳои назди асос исбот кунед.

9. Дар секунҷаи баробарпахлу тарафи паҳлӯй 40 дм буда, кунҷи назди асос 30° аст. Баландии секунҷаро, ки ба тарафи асос фароварда шудааст, ёбед.

10. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа медианаи ба гипотенуза фаровардашуда ба нисфи гипотенуза баробар аст.

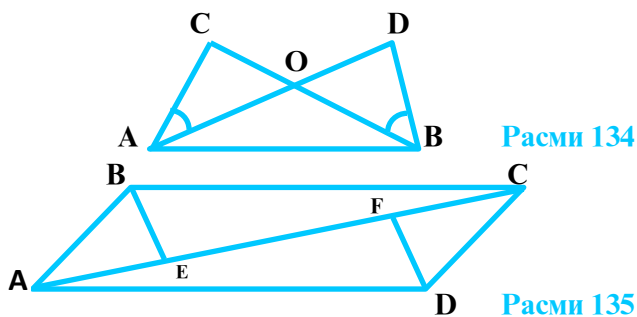
11. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯйи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашуда исбот кунед.

12. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯйи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашуда исбот кунед.

13. Дар расми 134 $\angle DBC = \angle DAC$ ва $BO = AO$ мебошад. Исбот кунед, ки $\angle C = \angle D$ ва $AC = BD$ аст.

14. Ба расми 135 нигаред. Дар он $AB = CD$, $AB \parallel CD$; $AD = BC$, $AD \parallel BC$; $BE \perp AC$; $DF \perp AC$.

Исбот кунед, ки $\triangle ABE = \triangle CDF$ мебошад.



15. Агар $\triangle ABC = \triangle BCA$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC$ баробартараф аст.

16. Агар $AM = A_1M_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$, M ва M_1 мувофиқан миёначойи тарафҳои BC ва B_1C_1 бошанд, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

17. Агар $AB = 40$ м, $BC = 30$ м, $AC = 60$ м бошанд, кадом кунчи секунҷаи ABC калон аст?

18. Кунчи берунии секунҷаи баробарпахлу ба 140° баробар аст. Кунҷҳои дарунии онро ёбед.

19. Яке аз кунҷҳои берунии секунҷаи росткунҷа 150° аст. Кунҷҳои дохилии онро ёбед.

20. Проексияи моил ба нисфи моил баробар аст. Кунчи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

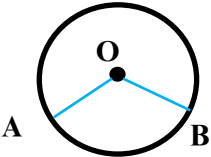
**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Аломатҳои баробарии секунҷахоро дар секунҷаи росткунҷа шарҳ диҳед.
2. Теорема дар бораи моилҳои баробарро аз рӯйи расмҳо шарҳ диҳед.
3. Нобаробарии секунҷахоро аз рӯйи сохтанҳо нишон диҳед.

БОБИ IV

§ 4.1. ДАВРА ВА ХОЛАТҲОИ ҶОЙГИРШАВИИ ДАВРАҶО. ДОИРА

1. Давра. Нуғи тези паргорро ба нуқтаи ҳамворӣ гузошта, нуғи қаламдорашро давр мезанонем. Дар ин ҳолат шакли геометрие ҳосил мешавад, ки он давра ном дорад.



Таъриф. Ҷойи геометрии нуқтаҳои ҳамворӣ, ки аз нуқтаи додашуда дар як хел масофа воқеанд, *давра* номида мешавад.

Дар расми 136 давра тасвир ёфтааст. O маркази давра мебошад, ки аз ҳама нуқтаҳои давра дар як хел масофа воқеъ аст.

Порчаҳои OA ва OB радиусҳои давра буда, бо r ишора карда мешаванд.

Таъриф. Порчае, ки маркази давраро ба нуқтаи он пайваст мекунад, *радиуси давра* ном дорад.

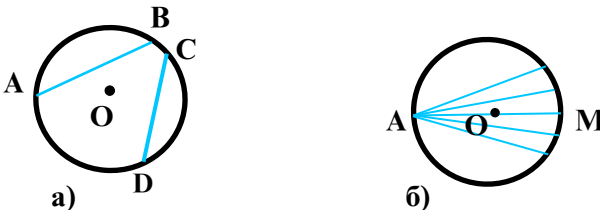
Ҳамаи радиусҳои як давра бо ҳам баробаранд, яъне $OA = OB = r$. Давра нуқтаҳои бешумор дорад, аз ин рӯ, радиусҳояш низ бешумор аст.

2. Диаметри ва хорда.

Таъриф. Порчае, ки ду нуқтаи давраро бо ҳам мепайвандад, *хордаи давра* номида мешавад.

Дар расми 137 а) порчаҳои AB ва CD хордаҳо мебошанд.

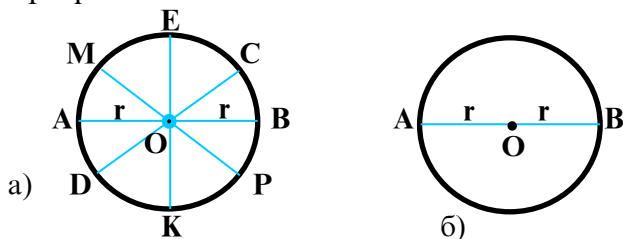
Аз як нуқтаи давра хордаҳои бешумор гузаронидан мумкин аст. Давра хордаҳои бешумор дорад.



Расми 137

Таъриф. Хордае, ки аз маркази давра мегузарад, *диаметр* номида мешавад.

Дар расми 137 б) порчаи АМ диаметр мебошад. Ҳар як давра диаметрҳои бешумор дорад. Ҳамаи диаметрҳои як давра бо ҳам баробаранд. Дар расми 138 якчанд диаметр тасвир ёфтааст: $AB = CD = MP = KE = d$.



Расми 138

Дар давра як диаметр ба ду радиус баробар аст. Яъне $d = 2 \cdot r$; $AB = 2 \cdot r$. Воқеан, аз баробарии $OA = OB = r$ бармеояд, ки $AB = 2r$ аст (расми 138 б).

МАСЪАЛАҲО

1. Агар r радиуси давра буда, дарозиаш: 5 см; 16 см; 4 см; 7 дм бошад, дарозии диаметри давраро ёбед.

2. Агар d диаметри давра буда, дарозиаш: 30 см; 15 см; 36 м; 14 м ва 18 м бошад, радиуси давраро ёбед.

3. Аз муҳити атроф шаклҳоеро номбар кунед, ки қисмҳои даврашакл доранд.

4. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

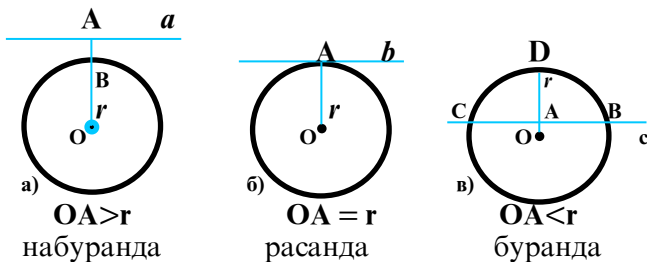
5. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нуҷро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

3. Буранда ва расанда. Ҳолати ҷойгиршавии хатти ростро нисбат ба давра муоина менамоем.

1). Хатти рости a (расми 139, а) бо давра ягон нуқтаи умумӣ надорад. Агар хатти рост бо давра нуқтаи умумӣ надошта бошад, вай давраро намебурад. Дар ин ҳолат масофаи маркази давра то хатти рост аз радиус калон аст: $OA > r$.

2). Давра бо хатти рости a (расми 139, б) як нуқтаи умумӣ дорад. Дар ин ҳолат масофа аз маркази давра то хатти рост b ба радиус баробар мебошад: $OA = r$. Дар ин ҳолат $OA \perp b$ мебошад.

Таъриф. Хатти росте, ки аз нӯги радиуси давра гузашта ба ин радиус перпендикуляр аст, расандаи давра ном дорад.



Расми 139

Дар расми 139, б) хатти рости b расандаи давра мебошад.

3) Дар расми 139 в), хатти рости c бо давра ду нуқтаи умумии С ва В-ро дорад. Дар ин ҳолат масофаи байни марказ то хатти рости c аз радиуси давра хурд аст: $OA < r$.

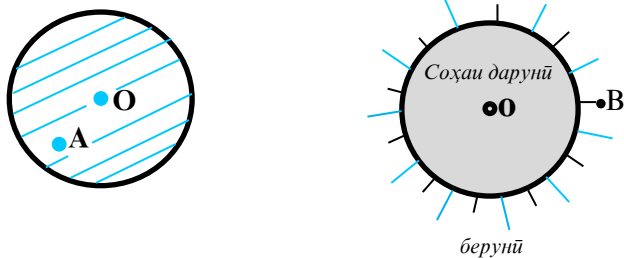
Таъриф. Хатти росте, ки бо давра ду нуқтаи умумӣ дорад, бурандаи давра номида мешавад.

Дар расми 139, в) хатти рости c бурандаи давра мебошад.

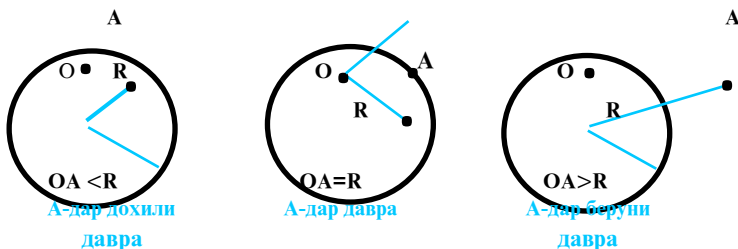
4. Доира. Давра ҳамвориро ба ду соҳа (қисм) чудо мекунад.

Соҳаи дохилӣ ва берунӣ (расми 140).

Таъриф. Қисми ҳамворӣ, ки бо давра маҳдуд аст, доира номида мешавад.



Расми 140



Расми 141

Нуктаҳо нисбат ба давра се ҳел ҷойгир мешаванд (расми 141):

- 1) Агар $OA < R$ шавад, нуктаи А дар дохили давра меҳобад.
- 2) Агар $OA = R$ бошад, нуктаи А дар давра меҳобад.
- 3) Агар $OA > R$ бошад, нуктаи А берун аз давра меҳобад.

Машқҳо

1. Радиуси давра $R = 5$ см аст. Ин давраро кашед.

О-маркази давра. Агар: $OX = 3$ см; $OX = 7$ см; $OX = 4,5$ см; $OX = 5$ см бошад, нуктаи Х дар кучо меҳобад?

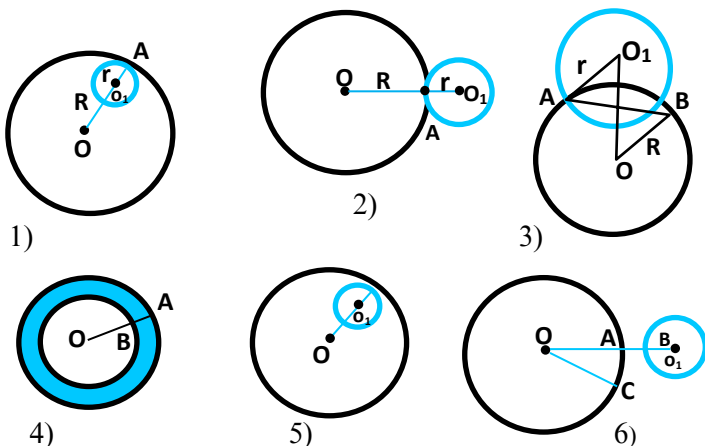
2. О-маркази давра ва $R = 8$ см аст. Агар нуктаи Х шарти $OX < R$ -ро иҷро кунад, вай дар кадом шакли геометрӣ меҳобад?

3. Нуктаи Х дар хатти ростии a хобида, О маркази давраи радиусаш $R = 4$ см мебошад. $OX \perp a$ буда: а) $OX = 2$ см;

б) $OX = 4$ см; в) $OX = 6$ см аст. Дар кадом ҳолат хатти ростии a давраро мебурад?

5. Ҳолати ҷойгиршавии ду давра. Ба расми 142 нигаред. Ду давра метавонанд як ё ду нуктаи умумӣ дошта бошанд. Онҳо нуктаи умумӣ ҳам надошта метавонанд.

1) Дар расми 142, 1) давраҳо дорои нуктаи умумии А мебошанд: $d = OO_1 = R - r$.



Расми 142

Давраҳое, ки фақат як нуктаи умумӣ доранд бо ҳам расандаанд. Давраҳои расми 142, 1) аз дохил расандаанд. Агар давраҳо аз дохил расанда бошанд, шарти $R - r = d$ иҷро мешавад.

Дар ин чо $OA = R$ радиуси давраи калон, $O_1A = r$ радиуси давраи хурд буда, $OO_1 = d$ масофаи байни марказҳои давраҳо мебошад.

2) Дар расми 142, 2) давраҳо як нуқтаи умумии A доранд.

Онҳо аз берун расандаанд. Барои давраҳои аз берун расанда шарт $d = R + r$ иҷро мешавад.

3) Дар расми 142, 3) давраҳо фақат ду нуқтаи умумии A ва B -ро доранд. Ду даврае, ки фақат ду нуқтаи умумӣ доранд, давраҳои буранда номида мешаванд. Давраҳои буранда шарт $d < R + r$ -ро қаноат мекунонанд.

4) Дар расми 142, 4) ду давра маркази умумӣ доранд, давраҳои ҳаммарказ (концентрикӣ) номида мешаванд.

Давраҳои концентрі шарт $OA - OB = AB$ -ро қаноат мекунонанд, яъне $R - r = AB$ (AB -масофаи байни давраҳо).

5) Давраҳои расми 142, 5) бо ҳам нуқтаи умумӣ надоранд. Давраҳои, ки нуқтаи умумӣ надоранд, давраҳои набуранда мебошанд. Дар расмҳои 142; 4), 142; 5), 142; 6) давраҳо набурандаанд.

Агар як давра дар беруни давраи дигар хобад, шарт $d > R + r$ иҷро мешавад.

МАСЪАЛАҲО

1. Ҳолатҳои ҷойгиршавии хатти рост ва давраро тасвир намоед, агар $R = 3$ см ва масофаҳои марказ то хатти рост OX : а) 2 см; б) 3 см; в) 5 см бошад.

2. Агар $OA = OB$ бошад, чанд давраи марказаш O ва аз нуқтаҳои A ва B гузарандаро сохтан мумкин аст?

3. Нуқтаҳои A, B, C, D, E дар давра мехобанд. Ҳар ду нуқтаро бо порча пайваст намоед. Чанд хорда ҳосил шуд?

4. Дар давра ду, се, чор, шаш нуқта гузошта, онҳоро бо хордаҳо пайваст кунед. Дар ҳар маврид чанд хорда ҳосил мешавад?

5. Дар давра диаметри AB гузаронед. Исбот кунед, ки маркази давра дар байни нуқтаҳои A ва B мехобад.

6. Давраи марказаш O ва радиусаш $R = 6$ см-ро кашед. Порчаҳои $AB = 4$ см, $OB = 6$ см, $OC = 8$ см-ро созед. Нуқтаҳои A, B, C нисбат ба давра чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

7. Агар d -масофаи байни марказҳо, R ва r радиуси давраҳо бошанд, давраҳо чӣ тавр ҷойгиранд: а) $b = 8$ см; $R = 5$ см, $r = 3$ см; б) $d = 8$ см, $R = 3$ см, $r = 2$ см; в) $d = 3$ см; $R = 6$ см, $r = 4$ см; г) $b = 8$ см, $R = 4$ см, $r = 3$ см; д) $d = 8$ см, $R = 12$ см, $r = 4$ см?

8. Дар давра нуктаи А-ро интихоб кунед. Аз ин нукта радиуси ОА ва расандаи d-ро созед. Кунчи байни радиус ва расандаро чен кунед.

9. Давраро бо паргор чӣ тавр ба шаш ва се қисми баробар тақсим кардан мумкин аст?

Аз қисми назариявии мавзуъ истифода бурда, супоришхоро иҷро кунед:

1. Давраро дар сохтан фаҳмонед.
2. Давраро аз рӯи расмҳо фаҳмонед.
3. Давраро сохта, дар он хорда, диаметр ва радиусро нишон диҳед
4. Давраро тасвир намуда, дар он хорда, диаметр ва радиусро нишон диҳед.
5. Расандаи давраро дар сохтан фаҳмонед.
6. Расандаи давраро аз рӯи расмҳо фаҳмонед.
7. Ҳолати ҷойгиршавии ду давраро аз рӯи расмҳо нишон диҳед.

§ 4.2. ҲОЛАТИ ҶОЙГИРШАВИИ ШАКЛҲО НИСБАТ БА ДАВРА

1. Камони давра. Кунчи марказӣ. Дар расми 143 қисми давраро мебинем, ки дар байни нуктаҳои А ва В ҷойгир аст.

Таъриф. Қисми давраро, ки дар байни ду нуктаи давра воқеъ аст, камони давра меноманд.

Ибораи «камони АВ»-ро чунин ишора мекунанд: \widehat{AB} .

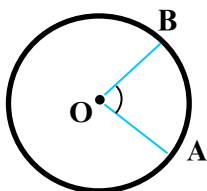
Камонҳо мисли кунҷҳо бо градус чен карда мешаванд.

Нимдавра камонест, ки бузургияш 180^0 аст.

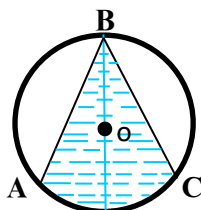
Ба кунҷи АОВ-и расми 143 нигаред. Қуллаи ин кунҷ маркази давра буда, тарафҳояш радиусҳои ОА ва ОВ мебошанд. $\angle AOB$ -кунҷи марказӣ мебошад.

Таъриф. Кунҷе, ки қуллааш маркази давра буда, тарафҳояш радиусҳо мебошанд, кунҷи марказӣ ном дорад.

Кунҷи марказии АОВ ба камони АВ тақия мекунанд. Кунҷи марказӣ ва камони ба он тақиякунанда бузургии градусии якхела доранд, яъне бузургии кунҷи марказӣ ба бузургии камони ба он тақиякунанда баробар аст: $\angle AOB = \widehat{AB}$. Азбаски давра аз ду нимдавра иборат аст



Расми 143



Расми 144

ва кунчи ба нимдавра такякунанда кунчи кушод мебошад, пас бузургии градусии тамоми давра ба 360^0 баробар аст.

2. Кунчи дарункашида. Дар расми 144 кунчи ABC тасвир ёфтааст, ки қуллааш дар давра хобида, тарафҳои AB ва BC-аш хордаҳо мебошанд. $\angle ABC$ кунчи дарун-кашида мебошад.

Таъриф. Кунче, ки қуллааш нуқтаи давра буда, тарафҳои хордаҳо мебошанд, кунчи дарункашида номида мешавад.

Теорема. Бузургии кунчи дарункашида ба нисфи бузургии камони ба он такякунанда баробар аст.

Маълум: $\angle ACB$ ва $\overset{\frown}{AB}$ (расми 145).

Матлуб: $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$.

Исбот. Кунчи ACB нисбат ба маркази O се ҳолати ҷойгиршавӣ дорад. Теоремаро барои ҳар як ҳолат алоҳида исбот менамоем. А) Маркази давра (расми 145, а) дар як тарафи $\angle ACB$ меҳобад. $\angle 2$ кунчи берунии $\triangle AOC$ буда, $\angle 2 = \overset{\frown}{AB}$ аст. Аз тарафи дигар, $\angle 2$ кунчи берунии $\triangle AOC$ буда, $2 \cdot \angle 1 = \angle 2$ мебошад. Аз ин рӯ, $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$; $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ мебошад.

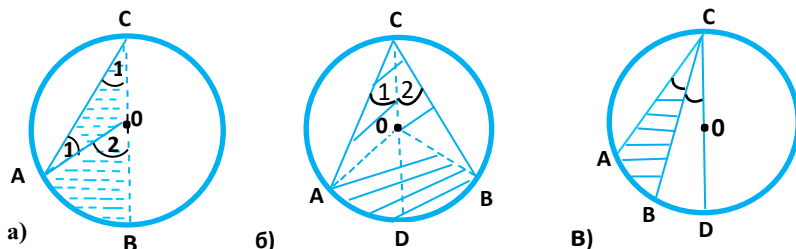
Б) Дар расми 145, б) маркази O дар дохили $\angle ACB$ меҳобад.

$$\angle ACB = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2} \left(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DB} \right) = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB};$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}.$$

В) Маркази давра дар беруни $\angle ACB$ меҳобад (расми 145, в).

$$\begin{aligned} \angle ACB &= \angle ACD - \angle BCD = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AD} - \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2} \cdot (\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BD}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}; \quad \angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}. \end{aligned}$$



Расми 145

3. Кунҷҳои дарункашидаи ба як қамон таъяқунанда

Теорема. Кунҷҳои дарункашида, ки ба ҳамон як қамон таъя мекунад, бо ҳамдигар баробаранд.

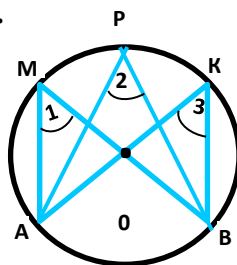
Маълум: $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ (расми 146).

Маълум: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

Исбот. Аз теорема дар бораи кунҷи дарункашида бармеояд, ки $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$,

$\angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ ва $\angle 3 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$. Аз ин ҷо:

$$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3.$$



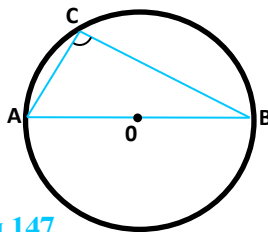
Расми 146

Масъала. Исбот мекунем, ки кунҷи дарункашида, ки ба диаметр таъя мекунад, кунҷи рост аст.

Маълум: АВ-диаметр, $\angle ACB$ (расми 147).

Маълум: $\angle ACB = 90^\circ$.

Исбот. Кунҷи $\angle ACB$ ҳам ба диаметри АВ ва ҳам ба қамони $\overset{\frown}{AB}$ (нимдавра) таъя мекунад. $\overset{\frown}{AB} = 180^\circ$, аз ин рӯ,
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$.



Расми 147

МАСЪАЛАҲО

1. Бузургии кунҷҳои марказиро ёбед, агар онҳо ба қамонҳои зерини давра таъя намоянд: 1) ба нисфи давра; 2) ба чоряки давра; 3) ба $\frac{1}{2}$ хиссаи давра; 4) ба $\frac{1}{6}$ хиссаи давра; 5) ба $\frac{1}{4}$ хиссаи нимдавра; 6) ба $\frac{1}{3}$ хиссаи нимдавра.

2. Кунчи дарункашида ва кунчи марказӣ ба ҳамон як камон таъя мекунад. Агар кунчи марказӣ маълум бошад, кунчи дарункашидаро ёбед: 1) 30° ; 2) 60° ; 3) 90° ; 4) 120° ; 5) 150° .

3. Кунчи дарункашида ба бузургии зерин баробар аст: 1) 25° ; 2) 40° ; 3) $22^\circ 5'$; 4) 60° ; 5) $74^\circ 12'$. Кунчи марказии ба он мувофиқ ёфта шавад.

4. Хорда ба камоне таъя мекунад, ки бузургияш 60° аст. Иҷбот кунед, ки дарозии ин хорда ба радиус баробар аст.

5. Аз як нуқтаи давра ду хордаи ба радиус баробар кашида шудааст. Кунчи байни хордаҳои давраро ёбед.

4. Секунҷаи дарункашида.

Таъриф. Секунҷае, ки қуллаҳои ӯ дар давра меҳобанд, секунҷаи дарункашида ном дорад.

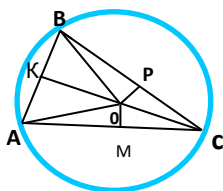
Дар расми 148 секунҷаи ABC секунҷаи дарункашида буда, давра ба он берункашида мебошад. Аз расм дидан душвор нест, ки тарафҳои секунҷа порчаҳои AB, BC ва AC хордаҳои давра мебошанд.

Ҳолатҳои ҷойгиршавии маркази давраро нисбат ба секунҷа тадқиқ намоед.

Теорема. Нуқтаи буриши перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷа маркази давраи берункашида мебошад.

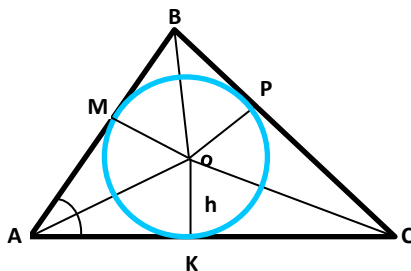
Маълум: O-маркази давраи берункашида.

Иҷбот. $\triangle AOB$, $\triangle AOC$ ва $\triangle COB$ секунҷаҳои баробарпаҳлу мебошанд (расми 148), чунки $OA = OB = OC = R$. Аз баробарпаҳлу будани секунҷаҳо маълум мегардад, ки



$$AO = BO = CO = R$$

Расми 148



Расми 149

порчаҳои ОК, ОМ ва ОР дар як вақт ҳам баландӣ ва ҳам медиана мебошанд. Аз ин ҷо порчаҳои ОК, ОМ ва ОР перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои $\triangle ABC$ буда, нуқтаи O маркази давраи берункашида мебошад.

5. Давраи дар секунҷа дарункашида.

Таъриф. Агар тарафҳои секунҷа расандаҳои давра бошанд, давраро давраи дарункашида меноманд.

Дар ин ҳолат секунҷа берункашидаи давра мебошад. Дар расми 149 порчаҳои $OM = OP = OK = r$ радиусҳои давраи дарункашида мебошанд.

Теорема. Маркази давраи дарункашидаи секунҷа нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

Исбот. Дар расми 149, нуқтаи O маркази давраи дарункашида мебошад. Аз тарафи дигар, дар нуқтаи O нурҳои AO, BO, CO ҳамдигарро мебуранд. Исбот мекунем, ки нурҳои AO, BO ва CO биссектрисаҳои кунҷҳои секунҷанд.

$\triangle AOM$ ва $\triangle AOK$ секунҷаҳои росткунҷа мебошанд. Аз $OM = OK = r$ бармеояд, ки $\triangle AOM = \triangle AOK$ аст. Аз дурустии $\triangle AOM = \triangle AOK$ бармеояд, ки $\triangle COK = \triangle COP$ ва $\triangle BOM = \triangle BOP$ шуда, нурҳои CO ва BO биссектрисаҳо мешаванд. Ҳамин тариқ, нуқтаи O нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

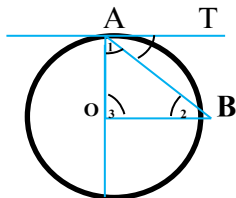
Натиҷаҳо: 1). Дар атрофи секунҷа фақат як давраи берункашида сохтан мумкин аст.

2). Дар дохили секунҷа фақат як давраи дарункашида сохтан мумкин аст.

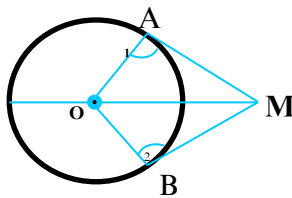
Исботи ин натиҷаҳо ба шумо ҳавола мекунем.

6. Кунҷи байни расанда ва хорда.

Теорема. Кунҷе, ки дар байни расанда ва хордаи аз як нуқтаи давра гузаронидашуда ҳосил мешавад, ба нисфи камоне баробар аст, ки ба ин хорда така мекунад.



Расми 150



Расми 151

Маълум: AT -расанда, AB -хорда, $\overset{\frown}{AB}$ -камон.

Матлуб: $\angle BAT = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ (расми 150).

Исбот. АО-ро то бурида шудан ба давра давом медиҳем.
 $\angle OAB = \frac{1}{2}(180^\circ - \overset{\frown}{AB})$.

$\angle TAB = \angle OAT - \angle OAB = 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$; $\angle TAB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$.

7. Теорема дар бораи ду расандаи аз як нуқта гузаронидашуда.

Теорема. Агар аз ягон нуқта ба давра ду расанда гузаронида шавад, масофаҳо аз он нуқта то нуқтаҳои расиш баробаранд.

Маълум: МА ва МВ-расандаҳо.

Матлуб: МА = МВ (расми 151).

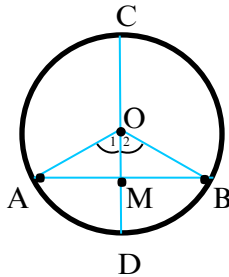
Исбот. Секунҷаҳои ОАМ ва ОВМ секунҷаҳои рост-кунҷаанд, чунки $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$. ОА = ОВ = r, пас $\triangle OAM = \triangle OVM$, аз ин ҷо бармеояд, ки АМ = МВ аст.

8. Теорема дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр.

Теорема. Диаметре, ки ба хорда перпендикуляр аст, хорда ва камони ба ин хорда тақиякунандаро ба ду қисми баробар ҷудо мекунад.

Маълум: АВ-хорда, CD-диаметр, $AB \perp CD$

Матлуб: АМ = МВ, АD = DB (расми 152).



Расми 152

Исбот. Ба расми 152 нигаред. ОА = ОВ ва $\triangle AOB$ баробарпаҳлу аст.

$CD \perp AB$, пас $OM \perp AB$. ОМ-баландӣ, биссектриса ва медианаи $\triangle AOB$ мебошад. Аз ин ҷо АМ = МВ, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1 = \angle AD$, $\angle 2 = \angle DB$ ва $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$ мешавад. Бинобар ин, $AM = MB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB}$ ва $AD = DB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ мебошад.

САВОЛ ВА СУПОРИШҶО БАРОИ САНЧИШ

1. Давраро чӣ тавр таъриф медиҳанд?
2. Таърифи радиус ва диаметро баён кунед.
3. Таърифи хорда ва расандаи давраро оред.
4. Камони давра чист?
5. Таърифи кунчи марказиро баён кунед.
6. Таърифи кунчи дарункашидаро оред.
7. Теоремаро дар бораи кунчи дарункашида исбот кунед.
8. Теоремаро дар бораи кунчи байни расанда ва хорда баён кунед.
9. Секунҷаи дарункашида чист?
10. Таърифи секунҷаи берункашидаро баён кунед.
11. Хосияти ду расандаи аз як нуқта гузаронидашударо баён кунед.
12. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нуқта ва давраро баён кунед.
13. Ҳолатҳои ҷойгиршавии хатти рост ва давраро баён кунед.
14. Кунчи дарункашида нисбат ба маркази давра чӣ тавр ҷойгир шуда метавонад?
15. Хосияти кунчи ба диаметр тақиякунанда чӣ гуна аст?
16. Ду давра нисбат ба ҳамдигар чӣ тавр ҷойгир шуда метавонанд?
17. Кадом вақт ду давра расандаанд?
18. Кадом вақт ду давра бурандаанд?
19. Хосияти кунҷҳои дарункашидаро, ки ба ҳамон як камон тақия мекунанд, баён кунед.
20. Теоремаро дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр баён кунед.
21. Таърифи доираро баён намоед.
22. Маркази давраи берункашидаро чӣ тавр меёбанд?
23. Маркази давраи дарункашида дар кучо мехобад?
24. Маркази давраи дар атрофи секунҷаи росткунҷа берункашида дар кучо мехобад?
25. Дар кадом секунҷа маркази давраи дарункашида ва берункашида ҳамҷоя мешаванд?

МАСЪАЛАҶО

1. Исбот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷа ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд.
2. Исбот кунед, ки биссектрисаҳои секунҷа ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд.

3. Исбот кунед, ки дар секунҷаи баробартараф давраҳои дарункашида ва берункашида дорои ҳамон як марказ мебошанд.

4. Исбот кунед, ки миёнаҷойи гипотенуза маркази давраи берункашидаи секунҷаи росткунҷа мебошад.

5. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа медианаи ба гипотенуза фаровардашуда ба нисфи гипотенуза баробар аст.

6. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷа ба 10 см баробар аст. Медианаи ба гипотенуза фаровардашударо ёбед.

7. Аз нуқтае ба давра расанда ва буранда гузаронидаанд. Агар ин нуқта дар давра хобида, хордаи ҳосилшуда ба радиус баробар бошад, кунҷи байни расанда ва бурандаро ёбед.

8. Аз нуқта ба давра ду расанда гузаронида шудааст. Исбот кунед, ки бурандаи аз марказ ва ин нуқта гузаранда, биссектрисаи кунҷи байни расандаҳо мебошад.

9. Кунҷи байни хорда ва радиуси давра ба 60° баробар мебошад. Агар радиуси давра 14 см бошад, дарозии хордаро ёбед.

10. Кунҷи байни радиусҳои давра 60° аст. Хордаи ба ин кунҷ тақякунанда 15 см аст. Радиуси давраро ёбед.

11. Исбот кунед, ки диаметри аз миёнаҷойи хорда гузаранда ба ин хорда перпендикуляр аст.

12. Дар давра ду секунҷа дарункашидаанд, ки онҳо дорои яктой кунҷи 30° мебошанд. Агар ин секунҷаҳо ба диаметр тақякунанд, исбот кунед, ки онҳо баробаранд.

БОБИ V

СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

§ 5.1. ТАЛАБОТИ АСОСӢ ДОИР БА СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

1. Масъала доир ба сохтан чист?

Дар геометрия масъалаҳое вомехӯранд, ки дар онҳо бо ёрии як ё якчанд асбоб ва дода шудани баъзе шаклҳо ва маълумоти асосӣ доир ба онҳо, сохтани шакли нави геометрӣ талаб карда мешавад. Чунин масъалаҳоро масъалаҳо доир ба сохтанҳои геометрӣ меноманд. Сохтанҳои геометрӣ таърихи қадима доранд. Аввалин масъалаҳо доир ба сохтан дар замони Уқлидус ва ҳатто пеш аз он диққати олимонро ба худ ҷалб карда буданд.

Хаткашаки бетаксимои дугарафа ва паргор асбобҳои асосӣ барои сохтанҳои геометрӣ мебошанд.

Ҳар кадоми онҳо барои иҷрои амалиёти махсус истифода бурда мешаванд. Чунин амалиётро аксиомаи ин асбобҳо меноманд.

2. Аксиомаҳои хаткашак

Бо хаткашак дар ҳамворӣ: 1). Хатти рости дилхоҳ; 2). Хатти рости аз нуқтаи маълум гузаранда; 3). Хатти рости аз ду нуқтаи додашуда гузарандаро сохтан мумкин аст.

Бо ёрии хаткашак дигар амалиётро иҷро кардан тавсия дода намешавад, аз ҷумла бо ёрии хаткашак чен кардан ва сохтани порчаҳои дарозташ маълум мамнуъ ҳисоб мешавад.

3. Аксиомаҳои паргор

Бо паргор дар ҳамворӣ: 1). Аз маркази маълум давраи радиусаш додашударо сохтан мумкин аст; 2). Порчаи ба порчаи додашуда баробарро дар хатти рост ҷудо кардан мумкин аст.

4. Масъалаҳои одитарин доир ба сохтанҳои геометрӣ

Бо хаткашак ва паргор якҷоя як қатор масъалаҳоро доир ба сохтан ҳал намудан мумкин аст:

1. Аз нуқтаи маълум сохтани хатти рости перпендикуляр ба хатти рости додашуда;
2. Сохтани нуқтаи миёнаҷойи порча;
3. Сохтани перпендикуляр ба миёнаҷойи порча;
4. Сохтани кунҷи ба кунҷи додашуда баробар;

5. Сохтани биссектрисаи кунчи додашуда;
6. Сохтани секунҷа бо дода шудани се тарафи он;
7. Сохтани секунҷа бо дода шудани як тараф ва ду кунчи ба он часпида;
8. Сохтани секунҷа аз рӯи ду тараф ва кунчи байни ин тарафҳо.

Масъалаҳои номбурда масъалаҳои одитарини сохтанҳои геометрии мебошанд ва дар мавзӯҳои оянда шумо ба ҳалли онҳо шинос хоҳед шуд.

5. Марҳалаҳои асосии ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан

Ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан, асосан, дар чор марҳала иҷро карда мешавад: таҳлил, сохтан, исбот ва тадқиқ.

1. Таҳлилро чӣ тавр мегузaronанд? Таҳлил марҳалаи асосие аст, ки роҳи ҳал ҷустуҷӯ карда шуда, низоми иҷрои сохтан (алгоритми ҳал) тартиб дода мешавад.

Дар ин марҳала шартҳои масъала бо диққат хонда шуда, **маълум** ва **матлубҳо** аниқ карда мешаванд. Тасаввур менамоянд, ки шакли геометрии талабкардашуда, аллақай сохта шудааст.

Бо ин мақсад расми тахминиро месозанд. Кӯшиш менамоянд, ки дар алоқамандӣ бо расм ва хосиятҳои маълум масъаларо ба зермасъалаҳое, ки сохтанашон одӣ аст, ҷудо намоянд. Дар таҳлил аз матлуб ба маълум фикр кардан мувофиқи мақсад аст.

Дар охири таҳлил низоми сохтан тартиб дода мешавад.

2. Сохтан чӣ тавр иҷро карда мешавад? Дар аввали сохтан он шаклҳоеро интихоб мекунанд, ки дар шартҳои масъала дода шуда бошанд. Сипас, як-як сохтанҳои дар низоми ҳал овардашударо бо ёрии паргор ва хаткашак иҷро мекунанд.

Хатҳо ва порчаҳои ёрирасонро хиратар ва хатҳою порчаҳои асосиро равшан тасвир менамоянд.

3. Исботи чӣ тавр иҷро карда мешавад? Пас аз иҷрои сохтан, ягон шакли геометрии ҳосил мешавад. Дар ин марҳала муқаррар мекунанд, ки шакли геометрии сохташуда ҳамон матлуб аст, ки онро масъала талаб мекунанд. Аз ин рӯ, хосиятҳо ва муносибатҳои маълуми назарияро истифода бурда дурустии сохтанро тасдиқ мекунанд. Баъзан барои исботи дурустии сохтан аз ҷенкунию муқоисакуниҳо истифода мебаранд.

4. Тадқиқ чӣ тавр гузаронида мешавад?

Ҳангоми тадқиқ роҳҳои дигари сохтан, ки аз марҳалаҳои асосӣ фарқ мекунанд, ҷустуҷӯ карда мешаванд. Бо мақсади ҳаматарафа гузаронидани тадқиқ гоҳо мавқеи ҷойгиршавӣ ва тағйироти андозаҳои онҳо нақши муҳим мебозад. Ҳангоми тадқиқ чанд ҳал доштани масъала аниқ карда мешавад.

Баъзан ҳалли масъалаҳо доир ба сохтанро дар ду марҳала иҷро мекунанд. Дар чунин маврид тадқиқ бо таҳлил ва исбот бо сохтан ҳамҷоя карда мешавад.

Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда ба савол ҷавоб диҳед ва супоришро иҷро кунед:

1. Барои сохтани геометрӣ кадом асбобҳо истифода бурда мешаванд?
2. Асбобҳоеро, ки барои сохтани геометрӣ истифода мешаванд, дар дафтарадон тасвир кунед.

§ 5.2. СОХТАНИ ХАТҲОИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

1. Ба ду қисми баробар тақсим кардани порча

Масъала. Порчаи АВ дода шудааст. Онро ба ду қисми баробар тақсим кунед.

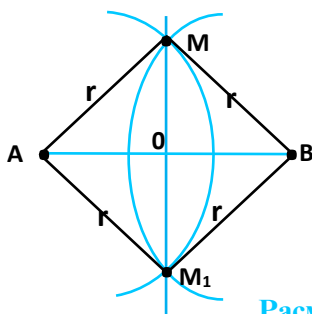
Таҳлил. Маълум: Порчаи АВ.

Матлуб. Нуқтаи О ба шарте, ки $ОА = ОВ$ шавад.

Бигзор порчаи АВ ва нуқтаи О дар миёнаҷойи он сохта шуда бошад (расми 153). Нуқтаи О аз нӯғҳои порча дар масофаи якхела воқеъ аст, чунки $ОА = ОВ$ мебошад. Оё чунин нуқтаи дигар М вучуд дорад, ки $АМ = МВ$ шавад? Нуқтаи М-ро тарзе интихоб намоед, ки $\triangle АМВ$ баробарпахлу шавад. Порчаи ОМ медиана ва баландии $\triangle АМВ$ мебошад, аз ин рӯ, $ОМ \perp АВ$ аст. Агар аз нуқтаи А давраи А(АМ) ва аз нуқтаи В давраи В(ВМ)-ро созем, давраҳо дар ду нуқта ҳамдигарро мебуранд. Аз нуқтаҳои буриш хатти рост сохта, нуқтаи О-ро ёфтан мумкин аст.

Низомии сохтан.

а) Тасвири порчаи АВ; б) Сохтани давраи А(г), г аз $\frac{АВ}{2}$ калон мебошад; в) Сохтани давраи В(г); г) Буриши А(г) ва В(г) (М ва М₁); д) Сохтани хатти рости ММ₁; е) О-буриши АВ ва ММ₁.



Расми 153

Исбот. Нуктаи М-ро ба А ва В пайваст мекунем. Ду секунҷаи росткунҷаи АОМ ва ВОМ ҳосил мешаванд. Азбаски $AM = BM = r$ гипотенузаҳо ва ОМ катети умумӣ мебошанд, пас $\triangle AOM = \triangle BOM$ аст. Аз ин ҷо $OA = OB$ буда, нуктаи О дар миёнаҷойи порчаи АВ меҳобад. Пас, сохтан дуруст иҷро шудааст.

Тадқиқ. Масъала ҳалли ягона дорад, зеро аз нуктаи О, ки миёнаҷойи порчаи АВ аст, ба ҳатти рости АВ фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Агар нуктаи О дар буриши хатҳои рости MM_1 ва АВ гирифта нашавад, $OA \neq OB$ мешавад. Аз ин ҷо нуктаи О ҳатман миёнаҷойи порчаи АВ аст.

Таъриф. *Ҳатти росте, ки аз миёнаҷойи порча гузафта ба ин порча перпендикуляр аст, перпендикуляри миёнаҷойи порча ном дорад.*

2. Сохтани перпендикуляр ба ҳатти рост

Кори мустақилона аз рӯи низоми сохтан.

1) Порчае дода шудааст. Перпендикуляри миёнаҷойи ин порчаро созад.

Сохтанро мувофиқи низоми масъалаи дар боло ҳал кардашуда иҷро намоед (расми 153).

2) Аз нуктаи ҳатти рости додашуда ба ин ҳатти рост перпендикуляр гузаронед.

Низоми сохтан.

- Сохтани ҳатти рости a ва дар он нуктаи О.
- Сохтани давраи $O(r)$, r -ихтиёрӣ.
- Буриши $O(r)$ бо ҳатти рости a (нуктаҳои А ва В).
- Давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$.
- Буриши давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ (нуктаи М).
- Ҳатти рости ОМ-матлуб.

3) Аз нуқтаи беруни хатти рост ба он сохтани перпендикуляр.

Низоми сохтан.

- а) Сохтани хатти рости a ва берун аз он нуқтаи M .
- б) Сохтани давраи $M(R)$ (давра хатти ростро бурад).
- в) Буриши $M(R)$ бо хатти рости a (нуқтаҳои A ва B).
- г) Сохтани давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$.
- д) Буриши давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$ (нуқтаҳои M ва M_1).
- е) Сохтани хатти рости MM_1 -матлуб.

МАСЪАЛАҲО

1. Порча дода шудааст. Ин порчаро ба чор қисми баробар тақсим кунед.

2. Секунча дода шудааст. Перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаро созад.

3. Исбот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунча ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд ва ин нуқта маркази давраи берункашида аст.

4. Секунча дода шудааст. Ҳар се баландии секунҷаро созад. Исбот кунед, ки агар ҳар се баландии секунҷаро ба хатти рост табдил диҳем, он гоҳ онҳо дар як нуқта ҳамдигарро мебуранд.

5. Давра ва ду нуқтаи A ва B дода шудаанд. Дар давра нуқтаеро ёбед, ки он аз нуқтаҳои A ва B дар як хел масофа воқеъ бошад.

6. Чор нуқта: A, B, C, D дода шудаанд. Нуқтаи X -ро тавре гузоред, ки $AX = BX$ ва $CX = DX$ бошад.

7. Нуқтаҳои A, B ва хатти рости a дода шудаанд. Нуқтаи X -ро дар хатти рости a чунон гузоред, ки $AX = BX$ бошад.

8. Исбот кунед, ки ҳар се баландии секунҷаи росткунҷа дар куллаи кунҷи рост ҳамдигарро мебуранд.

9. Исбот кунед, ки маркази давраи берункашидаи секунҷаи росткунҷа дар миёнаҷойи гипотенуза меҳобад.

Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда супоришхоро иҷро кунед:

1. Оид ба сохтани хатти рости перпендикуляр масъалаҳои амалӣ оред.
2. Оид ба ду қисми баробар тақсим кардани порча масъалаҳои амалӣ оред.

§ 5.3. СОХТАНИ КУНЧО ВА СЕКУНЧАХО

1. Сохтани кунчи ба кунчи додашуда баробар

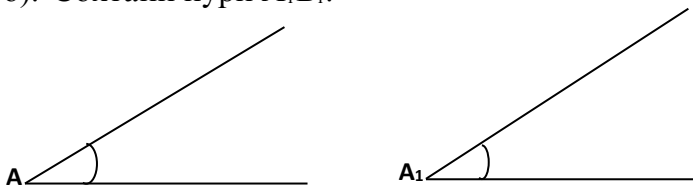
Масъала. Кунче дода шудааст. Кунче созед, ки ба кунчи додашуда баробар бошад.

Таҳлил. Бигзор кунчи додашудаи A , ба кунчи A_1 баробар бошад (расми 154).

Агар аз нуқтаҳои A ва A_1 давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ -ро сохта, порчаҳои CB ва C_1B_1 -ро мувофиқан бо онҳо пайваस्त кунем, секунҷаҳои BAC ва $B_1A_1C_1$ ҳосил мешаванд. Азбаски $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$ ва $\angle A = \angle A_1$ аст, пас $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад. Аз ин ҷо $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$ (Расми 155).

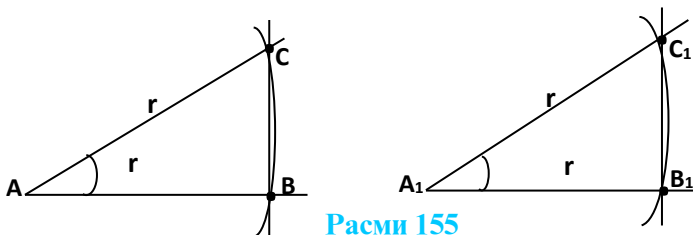
Низоми сохтан:

- а). Кунчи CAB кунчи маълум ва нуқтаи A_1 ихтиёрӣ аст.
- б). Сохтани нури A_1B_1 .



Расми 154

- в). Сохтани давраҳои $A(r)$ ва $A_1(r)$, r -ихтиёрӣ.
- г). Нуқтаҳои B ва C дар буриши $A(r)$ ва $\angle CAB$.
- ғ). Сохтани порчаи BC .
- д). Сохтани давраи $B_1(BC)$.
- е). C_1 буриши $A_1(r)$ бо $B_1(BC)$.
- ё). Сохтани нури A_1C_1 .



Расми 155

Маълум: $\angle C_1A_1B_1 = \angle CAB$.

Исбот. $A_1B_1 = AB = r$, $A_1C_1 = AC = r$ ва $B_1C_1 = BC$ аст, пас $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад. Аз баробарии $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ хулоса мебарояд, ки сохтан дуруст иҷро карда шуда, $\angle C_1A_1B_1 = \angle CAB$ мебошад.

Тадқиқ. Агар давраҳои $A(r)$, $A_1(r)$ ва $B_1(BC)$ -ро созем, давраи $B_1(BC)$ давраи $A_1(r)$ -ро дар ду нуқтаи C_1 ва C_2 мебарад. Аз ин рӯ, ду кунҷи $C_1A_1B_1$ ва $C_2A_1B_1$ -ро сохтан мумкин аст, ки ба $\angle CAB$ баробаранд. Мо метавонем давраи $C_1(CB)$ -ро кашада, дар натиҷа $\angle B_2A_1C_1$ -и ба $\angle CAB$ баробарро ҳосил кунем. Аз тарафи дигар, $\angle B_1A_1C_1 = \angle B_2A_1C_1$ мебошад. Аз ин рӯ, масъала як ҳал дорад.

Агар мо ҷойи нуқтаи A_1 ва самти нури A_1C_1 -ро тағйир диҳем, миқдори зиёди ҳалли масъаларо меёбем. Дар ҳамаи ҳолатҳо кунҷҳои сохташуда ба ҳамдигар баробаранд.

2. Сохтани биссектрисаи кунҷ

Масъала. Кунҷе дода шудааст. Биссектрисаи ин кунҷро созад.

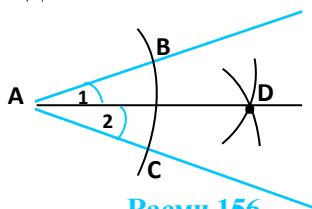
Низоми сохтан.

- Тасвири кунҷи CAB -и маълум.
- Сохтани давраи $A(r)$.
- Буриши $A(r)$ бо нурҳои AB ва AC (нуқтаҳои B ва C).
- Сохтани давраҳои $B(r)$ ва $C(r)$.
- Буриши $B(r)$ ва $C(r)$ (нуқтаи D).
- Сохтани нури AD . Нури AD -матлуб.

Исбот. $AB = AC = r$, $BD = CD = r$, пас $\triangle ABD = \triangle ACD$ мебошад. Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2$ буда, нури AD биссектрисаи кунҷи CAB мебошад, аз ин рӯ, сохтан дуруст иҷро шудааст (Расми 156).

Тадқиқ. Азбаски кунҷи дилхоҳ як биссектриса дорад, ҳалли масъала ягона аст.

Масъала. Кунҷе дода шудааст. Ин кунҷро ба ду қисми баробар ҷудо кунед.



Расми 156

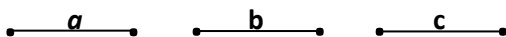
Ин масъала ва масъалаи дар боло ҳал кардашуда баробарқувваанд. Онҳо як тарзи ҳал доранд. Сохтани биссектриса боиси он мегардад, ки кунҷ ба ду қисми баробар тақсим шавад.

3. Сохтани секунҷаҳо

Кори мустақилона.

1). Секунҷае созед, ки тарафҳояш ба се порчаи додашудаи a , b , c баробар бошад.

а). Интиҳоби маълумҳо:



б). Сохтани хатти рости ВС-и ихтиёрӣ.

в). Сохтани $BC = c$ дар ин хатти рост.

г). Сохтани давраи $B(a)$.

д). Сохтани давраи $C(b)$.

е). Нуктаи А (буриши $B(a)$ ва $C(b)$).

ё). Сохтани порчаҳои $AB = a$ ва $AC = b$.

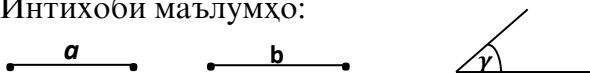
Маълум: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқи масъаларо ба шумо ҳавола менамоем.

2). Секунҷае созед, ки ду тарафаш порчаҳои a ва b буда, кунҷи байни ин тарафҳо маълум бошад.

Низомии сохтан.

а). Интиҳоби маълумҳо:



б). Сохтани кунҷи $ACB = \gamma$;

в). Сохтани $C(b)$ ва $BC = b$ (ёфтани нуктаи В);

г). Сохтани $C(a)$ ва $AC = \beta$ (ёфтани нуктаи А);

д). Сохтани порчаи АВ.

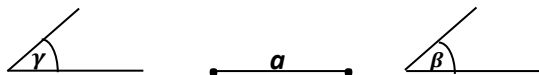
Маълум: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

3). Секунҷае созед, ки тарафаш порчаи a буда, ду кунҷи ба ин тараф часпидааш β ва γ бошанд.

Низомии сохтан

а). Интиҳоби маълумҳо:



б). Сохтани хатти рости СВ.

в). Сохтани порчаи $CB = a$ ва нуктаҳои С, В.

г). Сохтани $\angle ACB = \gamma$.

д). Сохтани $\angle CBA = \beta$.

е). Буриши нурҳои СА ва ВА (нуктаи А).

Маълум: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

МАСЪАЛАҲО

1. Секунча дода шудааст. Ҳар се биссектрисаи секунҷаро созед. Иббот кунед, ки онҳо ҳамдигарро дар як нукта мебуранд ва ин нукта маркази давраи дарункашида мебошад.

2. Кунҷ дода шудааст. Ин кунҷро ба чор хиссаи баробар тақсим кунед.

3. Секунҷае дода шудааст. Секунҷаи ба он баробарро созед.

4. Давраи радиусаш маълумро тарзе созед, ки аз ду нуктаи додасуда гузарад.

5. Секунҷае созед, ки тарафҳояшро порчаҳои a , b , c ташкил намоянд: 1) $a = 3$ см, $b = 2$ см, $c = 4$ см; 2) $a = 4$ см, $b = 3$ см, $c = 5$ см; 3) $a = 6$ см, $b = 4$ см, $c = 5$ см.

6. Секунҷаи ABC-ро аз рӯйи маълумоти зерин созед: а) $AB = 6$ см, $BC = 5$ см, $\angle A = 50^\circ$; б) $AB = 5$ см, $AC = 8$ см, $\angle B = 30^\circ$.

7. Секунҷаи ABC-ро аз рӯйи маълумоти зерин созед:

а) $AB = 5$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 50^\circ$; б) $AB = 6$ см, $\angle A = \angle B = 50^\circ$.

8. Секунҷаи баробартарафе созед, ки тарафаш порчаи додасуда бошад.

9. Аз рӯйи асоси маълум ва кунҷи назди асос секунҷаи баробарпахлу созед.

10. Секунҷа дода шудааст. Медианаҳои онро созед.

11. Кунҷҳои 60° ва 30° -ро созед.

12. Секунҷаи росткунҷае созед, ки кунҷи тез ва гипотенузааш маълум бошад.

13. Секунҷаи росткунҷае созед, ки катет ва кунҷи тезаш маълум бошад.

14. Секунҷаи росткунҷае созед, ки як катет ва гипотенузааш маълум бошад.

15. Секунҷаи росткунҷаи ҳар ду катеташ маълумро созед.

САВОЛ ВА СУПОРИШҲО БАРОИ САНҶИШ

1. Асбобҳои асосии сохтан ва аксиомаҳои онҳоро баён кунед.

2. Масъалаҳо доир ба сохтан чӣ гуна масъалаанд?

3. Сохтанҳои одитарини геометриро номбар кунед.

4. Марҳалаҳои сохтан кадомҳоянд?

5. Таҳлил чист?

6. Сохтан чист?

7. Тадқиқ чист?

8. Иббот чӣ гуна марҳала аст?

9. Перпендикулярӣ миёнаҷойӣ порча чист?

10. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯйи се тарафаш маънидод кунед.

11. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯйи як тараф ва ду кунчи ба он часпида нишон диҳед.

12. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯйи ду тараф ва кунчи байни ин тарафҳо фаҳмонед.

13. Гузарондани перпендикулярро ба хатти рост аз нуқтаи маълум нишон диҳед.

14. Тарзи сохтани биссектрисаи кунҷро фаҳмонед.

15. Тарзи сохтани кунчи ба кунчи додашуда баробарро баён кунед.

МАСЪАЛАҲО

1. Даврае созед, ки он дарункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Низоми сохтан:

а). Тасвири секунҷаи маълуми ABC ;

б). Сохтани биссектрисаи $\angle A$;

в). Сохтани биссектрисаи $\angle B$;

г). Нуқтаи O -буриши биссектрисаҳо;

ғ). Сохтани порчай $CD \perp AB$, D дар AB ;

д). Сохтани давраи $O(O D)$.

Матлуб: давраи $O(OD)$.

2. Даврае созед, ки берункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Нишондод. Маркази давра нуқтаи буриши перпендикулярҳои миёначойи ду тарафҳои секунҷа мебошад.

3. Секунҷаи баробарпахлуе созед, ки тарафи пахлуӣ ва баландии ба асос фаровардашудааш дода шуда бошад.

Низоми сохтан:

а). Тасвири маълумҳо:



б). Сохтани хатҳои рости перпендикуляр аз ягон нуқтаи D ;

в). Сохтани порчай CD дар яке аз нурҳо, $CD = h$;

г). Сохтани давраи $C(a)$;

д). Сохтани нуқтаҳои A ва B (буриши $C(a)$);

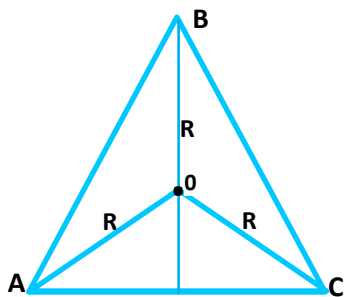
е). Сохтани порчаҳои AC ва CB .

Матлуб: $\triangle ABC$.

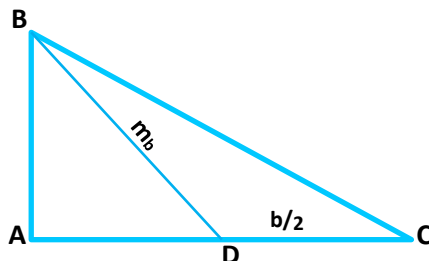
4. Секунҷаро аз рӯйи ду тараф ва баландии ба тарафи сеюм фаровардашуда созед.

5. Секунчаи баробарпахлуро аз рӯйи асос ва радиуси давраи берункашида созед.

Таҳлил. Бигзор $\triangle ABC$ матлуб бошад, он гоҳ $AB = BC$ ва BD баландии ба асос фаровардашуда мебошад. Агар O маркази давраи берункашида бошад, он гоҳ $OB = OA = OC = R$ ва $AC = b$ дода шудаанд. Секунчаи AOC -ро аз рӯйи се тараф сохта, нуктаи O -ро меёбем.



Расми 157



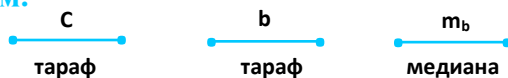
Расми 158

Давраи $O(R)$ имконият медиҳад, ки нуктаи B -ро ёбем (расми 157).

Низоми сохтанро мустақилона тартиб дода, онро иҷро намоед.

6. Секунчае созед, ки ду тараф ва медианаи ба яке аз ин тарафҳо фаровардашудааш маълум бошад.

Маълум:



Матлуб: $\triangle ABC$ (расми 158).

Низоми сохтан.

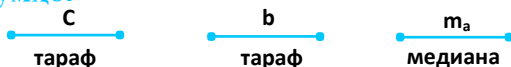
- а. Сохтани порчаи $AC = b$;
- б. Сохтани D (миёнаҷойи порчаи AC);
- в. Сохтани секунчаи ABD аз рӯйи се тараф: $AB = c$, $BD = m_b$, $AD = \frac{1}{2} \cdot b$;
- г. Сохтани порчаи BC .

Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

8. Секунчаро аз рӯйи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашудаи он созед.

Маълумҳо:



Нишондод: Медианаи m_a -ро дучанда кунед.

Матлуб: $\triangle ABC$ (расми 159).

Ба расм диққат диҳед. Аввал масъаларо таҳлил карда, низоми ҳалро тартиб диҳед ва баъдан онро иҷро намоед.

8. Секунҷаро аз рӯи як тараф, медианаи ба ин тараф фаровардашуда ва радиуси давраи берункашидаи он созед.

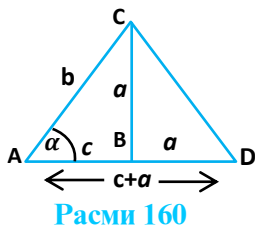
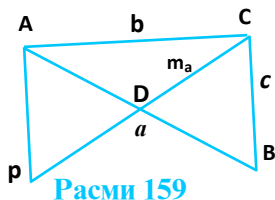
Нишондод. Аввал порчаи AC -и маълум ва миёнаҷойи он нуқтаи D -ро созед. Сипас, $\triangle ABC$ -ро бо тарафҳои $OA = OC = r$ -и маълум сохта, давраи $O(r)$ гузаронед. Давраи $D(r)$, давраи $O(r)$ -ро мебурад ва дар буриш нуқтаи B ҳосил мегардад.

9. Секунҷаро аз рӯи як тараф ва медианаю баландии ба ин тараф фаровардашуда созед.

Нишондод. Сохтанро аз баландӣ оғоз намоед.

10. Агар як тараф, кунҷи ба ин тараф часпида ва суммаи ду тарафи дигар дода шуда бошанд, секунҷаро созед.

Нишондод. Маълумҳо: $AC = b$, $AD = a + c$ ва $\angle A = \alpha$ мебошанд. Аввал $\triangle ACD$ -ро аз рӯи $AC = b$, $AD = a + c$ ва $\angle A = \alpha$ созед (Расми 160).



Таҳлил, низоми сохтан, сохтану исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

11. Секунҷаро аз рӯи як тараф, кунҷи ба он часпида ва фарқи ду тарафҳои дигар созед.

12. Секунҷаи росткунҷаро аз рӯи як тараф ва суммаи гипотенузаю катети дигар созед.

13. Расандаи умумии ду давраи додашударо созед.

14. Аз нуқтаи беруни давраи додашуда ба он расанда гузаронед.

15. Порчаи додашударо ба 8 қисми баробар тақсим кунед.

16. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи берункашидааш дода шуда бошад.

17. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи дарункашидааш дода шуда бошад.

18. Аз нуқтаҳои давраи додашуда диаметр ва хордаи ба радиус баробар гузаронида шудааст. Кунҷи байни онҳоро ёбед.

19. Аз нуқтаҳои давраи додашуда ду хордае гузаронида шудаанд, ки ҳар кадомаш ба радиус баробаранд. Кунҷи байни хордаҳоро ёбед.

20. Давраҳои радиусашон 30 см ва 40 см ба якдигар расандаанд. Дар мавриди расишҳои берунӣ ва дарунӣ масофаи байни марказҳои давраҳоро ёбед.

21. Агар ду давра фақат як нуқтаи умумӣ дошта бошанд, он гоҳ онҳо дар ин нуқта ба якдигар расандаанд. Инро исбот кунед.

**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда
супоришҳоро иҷро кунед:**

1. Оид ба сохтани кунҷҳо масъалаҳои амалӣ оред.
2. Оид ба сохтани секунҷаҳо масъалаҳои амалӣ оред.

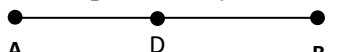
ҶАВОБ ВА НИШОНДОД БА ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

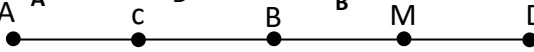
Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаҳои 29-35

Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаҳои 29-35)

11. а) Нуқтаҳои А, В, С дар як хатти рост мехобанд, зеро $AB + BC = AC$ ($5 \text{ см} + 2 \text{ см} = 7 \text{ см}$) мебошад. Нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва С мехобад.

в) Нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В мехобад.

14. а)  $AB = 2$ $AD = 4 \text{ см}$

15. 

$AB = \frac{1}{2} AD = 5 \text{ см}$, $AD = 10 \text{ см}$, $AC = \frac{2}{5} AD = 8 \text{ см}$;

$AM = \frac{4}{5} AD = 16 \text{ см}$.

16. а) $MA = 4 \text{ см}$; $MB = 15 \text{ см}$; $MC = 8 \text{ см}$.

19. а) 6 см; б) 7 см; в) 8 см; г) 0,9 дм.

Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаҳои 56-68

Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаҳои 56-68)

2. 72° ва 108° ; 55° ва 125° ; 88° ва 92° .

3. 75° ва 105° .

4. 45° ва 135° .

6. 75° , 105° , 75° , 105° .

8. а) 100° ; б) 120° ; в) 80° .

11. 65° ва 65° .

13. 30° , 70° , 80° .

14. 4-то кунчи 50° ва 4-то кунчи 130° .

17. 45° , 45° .

22. Н и ш о н д о д: аз хосияти перпендикуляррии хатҳои рост истифода намоед.

24. 60° .

25. 140° , 40° .

Фасли 3. СЕКУНЧАҲО

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаҳои 81-83)

6. $0,7$ м; $0,7$ м.

7. 2) 5 дм; 5 дм; $8,4$ дм.

8. Н и ш о н д о д: хосиятҳои секунҷаи баробарпахлуро ба ёд оваред.

9. 20 дм.

18. 40° , 40° , 100° .

19. 30° , 60° , 90° .

20. 30° .

Фасли 4. ДАВРА ВА ДОИРА

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаҳои 95-96)

6. 5 см.

7. 30° .

9. 14 см.

10. 15 см.

Фасли 5. СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаҳои 106-109)

4. Сохтани секунҷаи ABC-ро аз рӯи тарафҳои $BC = a$, $AC = b$ ва баландии $CD = h_c$ иҷро намоед.

14. Низоми сохтан.

а) Сохтани давраи радиусаш OB ва берун аз он нуқтаи A .

б) Сохтани давраи $A(R)$. Давра хатти ростро мебурад.

в) Буриши $A(R)$ бо хатти рост (нуқтаҳои C ва D).

г) Сохтани давраҳои $C(R)$ ва $D(R)$.

д) Буриши $C(R)$ ва $D(R)$ -нуқтаи A .

Матлуб: хатти рости AA_1

18. 60° .

19. 120° .

20. 70 см, 10 см.

21. Н и ш о н д о д. Аввал исбот кунед, ки нуқтаи умумии давраҳои додашуда дар хатти рости аз маркази онҳо мегузашта воқеъ аст.

МУНДАРИЧА

Сарсухан.....	3
Геометрияро чӣ тавр бояд омӯхт?.....	5
Чанд маслиҳат барои омӯзгор.....	6
БОБИ I. Мафҳумҳои одитарини геометрӣ.....	8
§1.1. Нуқта, хат ва хатти рост.....	8
§1.2. Аксиомаи параллелии хатҳои рост.....	19
§1.3. Ҳолати ҷойгиршавии нурҳо.....	21
§1.4. Чен кардани порчаҳо.....	24
Саволҳо барои санчиш.....	29
Масъалаҳо.....	29
БОБИ II. Кунҷҳо ва чен кардани кунҷҳо.....	36
§2.1. Кунҷ.....	36
§2.2. Кунҷи кушод. Муқоиса кардани кунҷҳо.....	38
§2.3. Намуди кунҷҳо.....	41
§2.4. Кунҷҳои ҳамсоя ва амудӣ (вертикалӣ).....	43
§2.5. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафа. Аломатҳои параллелии хатҳои рост.....	46
§2.6. Хатҳои рости перпендикуляр.....	50
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	55
Масъалаҳо.....	56
БОБИ III. Секунҷҳо.....	59
§3.1. Секунҷа. Суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа.....	59
Масъалаҳо.....	63
§3.2. Аломатҳои яқум ва дуҷуми баробарии секунҷаҳо.....	65
Масъалаҳо.....	68
§3.3. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷа.....	70
§3.4. Хосиятҳои секунҷаи баробарпахлу.....	73
Масъалаҳо.....	75
§3.5. Аломати сеҷуми баробарии секунҷаҳо.....	75
Масъалаҳо.....	76
§3.6. Баъзе натиҷаҳо аз аломатҳои баробарии секунҷаҳо.....	77
Масъалаҳо.....	79
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	80
Масъалаҳо.....	81
БОБИ IV. Давра ва доира.....	84
§4.1. Давра ва ҳолатҳои ҷойгиршавии давраҳо. Доира.....	84
§4.2. Ҳолати ҷойгиршавии шаклҳо нисбат ба давра.....	89
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	95
Масъалаҳо.....	95
БОБИ V. Сохтанҳои геометрӣ.....	97
§5.1. Талаботи асосӣ доир ба сохтанҳои геометрӣ.....	97
§5.2. Сохтани хатҳои рости перпендикуляр.....	99
Масъалаҳо.....	101
§5.3. Сохтани кунҷҳо ва секунҷаҳо.....	102
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	105
Масъалаҳо.....	106
Ҷавоб ва нишондод ба ҳалли масъалаҳо.....	109

БУРҲОНОВ УСТО, ШАРИФОВ ҶУМЪА

ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Муҳаррир
Мусахҳеҳ
Муҳаррири
техникӣ
Тарроҳ

М. Абдукаримов
М. Саидова
Қ. Назаров
Қ. Назаров

Ба чоп 04.09.2023 иҷозат дода шуд.
Андозаи 60x90 1/16. Коғазии офсет. Чопи офсет.
Ҷузъи чопӣ 7. Адади нашр 20000 нусха.
Супориши № 0/2023

Нарх 16 сомонӣ 94 дирам

Муассисаи нашриявии «Маориф»-и
Вазорати маориф ва илми Ҷумҳурии Тоҷикистон.
734024, ш. Душанбе, кӯчаи Аҳмади Дониш, 50.
Тел.: 222-14-66, E-mail: Nashriya@maorif.tj

Дар матбааи ҶДММ “Нашри Мубориз”
чоп шудааст. Ҷумҳурии
Тоҷикистон, ш. Душанбе, кӯчаи Карамов 205