

У. БУРҲОНОВ, Ҷ. ШАРИФОВ

ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Нашри чорум

**Вазорати маориф ва илми
Ҷумҳурии Тоҷикистон
тасдиқ кардааст**

**ДУШАНБЕ
МАОРИФ
2021**

УДК 373.167.1
ББК – 22.151Я72+74.262.21
Ш-30

Ш-30. Бурхонов У., Шарифов Ч. **Геометрия.** Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми муассисаҳои таҳсилоти умумӣ. – Душанбе: Маориф, 2021. – 112 саҳ.

Хонандагони азиз!

Китоб манбаи донишу маърифат аст, аз он баҳравар шавед ва онро тоза нигоҳ доред. Кӯшиш кунед, ки соли таҳсили оянда ҳам ин китоб ҳамин гуна зебову ораста дастраси хонандагони дигар гардад ва онҳо низ аз он истифода баранд.

Ҷадвали истифодаи китоб:

№	Ному насаби хонанда	Синф	Соли таҳсил	Ҳолати китоб (баҳои китобдор)	
				аввали сол	охири сол

САРСУХАН

Хонандагони азиз! Шумо бо мафҳуми нуқта, порча, нур, хати рост, кунҷ, секунча шинос ҳастед. Инҳо як қисми мафҳумҳои геометриянд. Геометрия як қисми математика мебошад. Калимаи «геометрия» юнонӣ буда, маънояш «заминченкунӣ» аст.

Дар замонҳои қадим геометрия асосан барои ченкуниҳо дар сатҳи замин лозим буд. Нисбат ба замонҳои қадим доираи омӯзиши масъалаҳои геометрия хеле васеъ гаштааст. Геометрияи ҳозира барои ченкуниҳо дар сатҳи замин, ҳамворӣ, фазо, кайҳон ва заррачаҳои хурде, ки ба чашм ноаёнанд, зарур аст.

Геометрия ба мисли алгебра таърихи қадим дорад. Ин илм дар давлатҳои қадимаи Миср, Бобул ва Юнон ба вучуд омадааст.

Аввалин асарҳои геометрия дар асрҳои XVII то милод, яъне тақрибан 3700 сол пеш аз замони мо дар Мисри қадим навишта шудаанд. Дар ин асарҳо қоидаҳо ва тарзҳои ҳисоб кардани масоҳат ва ҳаҷми шаклҳои гуногуни геометрия дар асоси таҷрибаҳои ҳаётии одамон баён карда шудааст.

Барои илми геометрия хизмати олими Юнони қадим Евклид, ки солҳои 330 – 275-уми пеш аз милод ҳаёт ба сар бурдааст, хеле бузург мебошад. Евклид доир ба геометрия асари машҳуре навиштааст, ки «Ибтидо» ном дорад. Ӯ дар ин асараш ҳамаи маълумоти геометрии то замони худ мавҷудбударо ба тартиб дароварда, илми геометрияро ба таври аксиоматикӣ баён кардааст.

Евклид якчанд мафҳумҳои одитаринро бетаъриф қабул намуд ва дар асоси ин мафҳумҳо мафҳумҳои дигари геометрияро таъриф дод. Ӯ якчанд тасдиқоти одиро, ки дурустиашон аз ҳуди ҳаёт бармеояд, беисбот қабул кард. Чунин тасдиқоти беисботро **аксиома** меноманд. Тасдиқоти дигари геометрияро дар асоси мафҳумҳои ибтидоӣ ва аксиомаҳо исбот кард. Тасдиқе, ки дурустиаш исботро талаб мекунад, **теорема** ном дорад.

Китоби Евклид зиёда аз 2000 сол ҳамчун китоби дарсии геометрия ба ҳисоб мерафт. Китоби дарсӣ, ки шумо ҳоло дар даст доред, мазмунаш геометрияи евклидӣ мебошад. Гузаштагони мо Умари Хайём, Абӯрайҳони Берунӣ, Абӯалӣ ибни Сино, Насируддини Тӯсӣ аз геометрияи Евклид бохабар будаанд. Онҳо ба асарҳои худ доир ба илми геометрия барои тараққиёти минбаъдаи ин илм хизматҳои босазое кардаанд.

Олими бузурги рус Н.И. Лобачевский (солҳои 1793-1854) дар тараққиёти илми геометрия гардиши бузурге ба вучуд овард. Ҷ геометрияи наверо пешниҳод кард, ки он геометрияи ғайриевклидӣ ном дорад. Хизмати Н.И. Лобачевский дар он аст, ки олимони соҳаи математика дар асоси асарҳои ӯ намудҳои дигари геометрияро кашф намуданд.

Нуқта, порча, хати рост, кунҷ, секунҷа, квадрат, давра, доира, куб, нур, кура ва ғайра мисоли шаклҳои геометрии мебошанд.

Геометрия илмест, ки мавзӯи тадқиқоташ шаклҳои геометрии ва хосиятҳои онҳо мебошад. Фанни геометрия аз кадом модда сохта шудани ашёҳоро намеомӯзад. Масалан, барои таҳқиқотҳои илми геометрия аз шиша, чӯб ё оҳан сохта шудани квадрат фарқ надорад. Дар геометрия намуд, мавқеи ҷойгиршавии шаклҳо, андоза, масоҳат, ҳаҷм ва дигар бузургиҳои ба онҳо вобаста тадқиқ карда мешаванд. Геометрияе, ки шумо дар мактаб меомӯzed, аз ду қисм иборат аст:

- а) **Планиметрия** – хосияти шаклҳо дар ҳамворӣ;
- б) **Стереометрия** – хосияти шаклҳо дар фазо.

Шумо дар синфҳои 7-9 планиметрияро омӯхта, дар синфҳои 10-11 стереометрияро хоҳед омӯхт.

Донишҳои геометрии барои ҳалли масъалаҳои заминченкунӣ, кайҳоннавардӣ, мошинсозӣ, ҳавопаймой, сохтани харитаҳо, бинокорӣ, баҳрнавардӣ, муҳандисӣ, маъданшиносӣ, табиатшиносӣ ва ғайраҳо хеле заруранд.

Агар шумо яке аз соҳаҳои дар боло номбаршударо пешаи касби ояндаи худ карданӣ бошед, пас ба омӯзиши фанни геометрия диққати ҷиддӣ диҳед!

ГЕОМЕТРИЯРО ЧӢ ТАВР БОЯД ОМӢХТ?

Мавзӯҳо ва мафҳумҳои геометрӣ тарзе ифода ёфтаанд, ки яке бо дигаре саҳт алоқаманд мебошанд. Аз ин рӯ, аз худ накардани як ё якчанд мавзӯё боиси мушкил гаштани омӯзиши мавзӯҳои минбаъда мегардад.

Кӯшиш намоед, ки доир ба ҳар як мавзӯи геометрӣ дониши кофӣ дошта бошед. Агар шумо аз рӯйи маслиҳатҳои зерин амал намоед, боварӣ дорем, ки соҳиби донишҳои мукаммали геометрӣ мегардед.

1. Ҳангоми омӯзиши ин ва ё он мавзӯё саросема нашуда, ба ҳар як ҷумла ва калимаи наве, ки ба шумо вомерӯрад, диққат диҳед.

2. Мафҳумҳои нав бо ранги сиёҳ навишта шудаанд. Шумо кӯшиш намоед, ки шаклҳоро шиносед, онҳоро худатон тасвир кунед ва монандашро аз муҳити атроф ёбед.

3. Таърифи мафҳумҳо ва матн тасдиқотро бо забони худатон озод баён карда тавонед. Бо ин мақсад аввал аз китоб ду ё се бор таъриф ё матнро хонда, ба расмҳои мувофиқ назора намоед. Сипас, китобро пӯшида, дар варақ ҳамон расмро кашед, матн ё таърифро аввал даҳонӣ баён намуда, баъдан дар варақ нависед, расм ва навиштаҷоти худро бо матн китоби дарсӣ муқоиса кунед.

4. Ҳамеша бо ду ё се рафиқатон доир ба таърифҳо, ҳосиятҳо ва тарзи исботи тасдиқот ва ҳалли масъалаҳо саволу ҷавоб ва баҳс намоед.

5. Дар охири ҳар як мавзӯё якчанд саволҳо дода шудаанд. Кӯшиш намоед, ки ба он саволҳо ҷавоб диҳед.

6. Шумо бояд ғайр аз дафтари асосӣ боз дафтари хотира дошта бошед. Дар дафтарчаи хотираатон таърифҳо, ҳосиятҳо, тасдиқот ва формулаҳои асосиро нависед.

7. Кӯшиш намоед, ки ҳар як шакли нави геометриро аз қоғаз, кардон, чӯб, пластилин ё маводди дигар сохта тавонед.

8. Барои дуруст кашидани расм ва нақшаи шаклҳо аз қаламҳои ранга, хаткашак, паргор, кунҷченкунак (транспортир), қоғазҳои катакчадор ва секунҷаи нақшакашӣ истифода баред.

9. Масъалаҳоеро, ки дар китоб ҳал шудаанд ва ё омӯзгор ба шумо мефаҳмонад, дар хона мустақилона аз нав ҳал намоед. Исботи тасдиқотро ҳамеша як ё якчанд маротиба мустақилона иҷро намоед.

10. Дар китоби дарсӣ намунаи ҳалли баъзе масъалаҳо оварда шудааст. Кӯшиш намоед, ки масъалаи ҳалшударо омӯхта, масъалаҳои боқимондари мустақилона ҳал кунед.

11. Баъзе маслиҳатҳои дигарро омӯзгор ба шумо тавсия хоҳад дод. Дар хотир доред: «Кореро, ки имрӯз метавон кард, ба фардо магузоред!»

ЧАНД МАСЛИҲАТ БАРОИ ОМӮЗГОР

1. Пас аз эълони ҳар як мавзӯ, шавқу рағбати шогирдонро ба омӯзиши мафҳумҳо тасдиқоти нав бедор намоед. Аз ин рӯ, бештар ба муҳит ва ҳаёти ҳаррӯзаи шогирдон нигаред, диққати онҳоро ба татбиқи амалии мафҳумҳо, хосиятҳо, формулаҳо ва ҳалли масъалаҳо ҷалб кунед.

2. Ҳангоми омӯзиши мавзӯҳои назариявӣ, пеш аз ҳама дар лавҳаи синф саволҳои асосиро ҷудо карда нависед. Баъд аз баён кардани таърифи мафҳумҳо ва хосиятҳои асосӣ онҳоро аз се ё чор хонандаи қобилиятшон гуногун пурсида, такрор намоед.

3. Ҳангоми омӯзонидани ин ё он мафҳум ё хосияти навбатӣ ба расми мувофиқ мурочиат кунед, фарқи онро аз дигар расмҳо нишон диҳед. Кӯшиш кунед, ки шогирдон худашон таърифҳо ва хосиятҳоро баён намоянд.

4. Ба тарзи сохтани расмҳо диққат диҳед. Ҳар як расмро дар вазъияти гуногун қашида, кӯшиш намоед, ки шогирдон онҳоро мустақилона дар дафтар ё тахтаи синф қашида тавонанд.

5. Ҳангоми омӯзиши мавзӯҳои назариявӣ ба хонандагон имконият диҳед, ки онҳо матни китобро мустақилона хонанд. Баъд аз хондани матни китоб вобаста ба саволҳои пайдошуда бо аҳли синф мувоҳиша ташкил намоед. Имконият диҳед, ки шогирдон ба саволи ҳамдигар ҷавоб диҳанд.

6. Ҳангоми таълими ҳалли машқҳо талаботи масъаларо аниқ намоед. Вобаста ба талаботи масъала расми мувофиқ созед, шартӣ масъаларо ба мазмуни расм мувофиқ кунед.

Ҳаракат намоед, ки бо иштироки фаъолонаи шогирдон алгоритм ё тартиби ҳал муайян гардад. Бо иваз намудани номи ишораҳо ва қимати адабии онҳо баҳс ё кори мустақилона ташкил намоед.

7. Ба шогирдон ҳалли якчанд масъала ва ё исботи хосиятҳоеро ҳамчун кори мустақилона вогузор намоед, ки онҳо аз уҳдаи ҳал ё исботи вай баромада тавонанд. Агар иҷрои машқ барои шогирдон шумо мушкилӣ намояд, онро бо машқи сабуктар иваз намоед. Масъалаҳоро дар тахтаи синф ҳал намуда,

барои рӯйбардор кардани шогирдон розигӣ надихед. Агар онҳо эътироф кунанд, ки ҳалли масъаларо фаҳмидаанд, тахтаро тоза намоед ва имконият диҳед, ки ҳалли онро дар синф ва ё дар хона аз нав мустақилона иҷро намоянд.

8. Шарт нест, ки ҳамаи масъалаҳои китоби дарсӣ дар синф пурра ҳал карда шуда, он дар тахтаи синф ва дафтарҳои шогирдон навишта шавад. Ҳалли масъалаҳои тақиягоҳӣ бояд пурра иҷро карда шаванд. Ҳалли масъалаҳои монанд дар синф бо иштироки фаъолонаи хонандагон муҳокима гардида, алгоритми ҳал тартиб дода шавад. Масъала фаҳмо ҳисоб карда мешавад, агар шогирдон эътироф намоянд, ки аз уҳдаи ҳал баромада метавонанд. Ҳалро шогирдон мустақилона дар синф ва ё хона иҷро намоянд.

9. Баъди омӯзиши ҳар як боб дар қатори кори хаттӣ, санҷиши даҳонӣ гузаронидан лозим аст. Шогирдоне, ки аз санҷиш намегузаранд, ба дарси иловагӣ ҷалб карда шуда, аз нав санҷиш месупоранд.

ПЛАНИМЕТРИЯ

ФАСЛИ I

МАФҲУМҲОИ ОДИТАРИНИ ГЕОМЕТРӢ

1. Нуқта он аст, ки қисмҳо надорад.
2. Хат дарозии бебар аст.
3. Худудҳои хат нуқтаҳои онд.
4. Хати рост ҳамон аст, ки нисбат ба ҳамаи нуқтаҳои он хел ҷойгир аст.

Евклид

§1. НУҚТА, ХАТ ВА ХАТИ РОСТ

1. Нуқта. Евклид нуқтаро чунин маънидод кардааст, ки гӯё қисмҳо надорад. Ин ба он далолат мекунад, ки нуқта бар, дарозӣ ва баландӣ надорад. Аммо ҳамаи ашёҳои моро ихотакарда, ин се андозаро соҳибанд. Масалан, изи бо нӯги қалам гузошташуда бо вучуди бисёр хурд буданаш ғафсӣ, бар ва дарозӣ дорад. Тасвири нуқтае, ки Евклид дар назар дорад, аз имкон берун аст. Дар як нӯги қалам миллионҳо нуқтаҳо ҷойгир кардан мумкин аст. **Дар геометрия мафҳуми нуқта таъриф дода намешавад.** Агар нӯги қаламро хуб тез карда, дар рӯйи варақ из гузорем, ин тасвири нуқта аст, вале ин тасвир нуқтаи ҳақиқӣ нест.

Дар геометрия нуқтаҳо бо ҳарфҳои калони алифбои латинӣ А, В, С, D, E, F ва ғайра ишора мекунам. Ба расми 1 нигаред.

.А
нуқтаи А

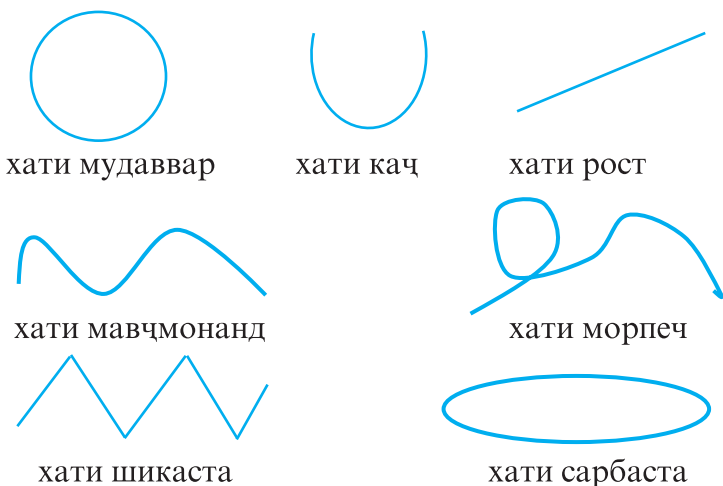
.В
нуқтаи В

.С
нуқтаи С

Расми 1

2. Хат. Аз рӯйи гуфтаи Евклид гӯё хат дарозии бебар бошад. Хати ҳақиқӣ ба монанди ресмони дарозест, ки ибтидою интиҳо ва ғафсию бар надорад. Тасвири хатро бо қалам дар варақ кашидан мумкин аст.

Хатҳо рост, қатъ, гирд (мудаввар), мавҷмонанд, морпеч, шикаста, сарбаста мешаванд (расми 2).



Расми 2

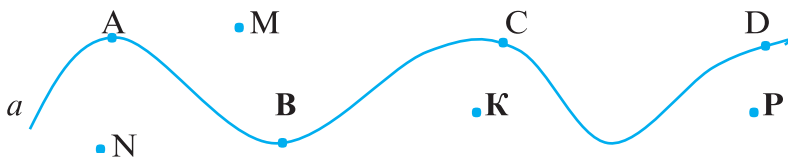
Хатхоро ба воситаи ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ a , b , c , d , ... ишора менамоянд.

Ҷисм дар натиҷаи ҳаракат изи муайяне мегузорад. Агар бари чунин изро ба инобат нагирем, онро хати ҳаракат гуфтан мумкин аст.

Дар хотир доред:

Хат аз шумораи бисёри нуқтаҳо иборат аст. Нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хат тааллуқ доранд ва нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хат тааллуқ надоранд.

Мисол. Нуқтаҳои A , B , C , D ба хати a тааллуқ доранд (расми 3). Нуқтаҳои M , N , P , K ба ин хат тааллуқ надоранд.



Расми 3

Агар нуқтаи A ба хати a тааллуқ дошта бошад, чунин ишора мекунам: $A \in a$. Агар нуқтаи K ба хати b тааллуқ надошта бошад, чунин менависанд: $K \notin b$. Агар нуқта ба

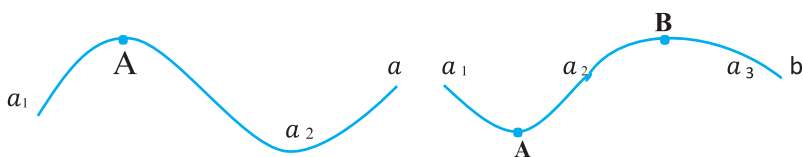
хат тааллуқ дошта бошад, он гоҳ мегӯянд, ки хат аз ин нукта мегузарад. Баъзан чунин ҳам мегӯянд: «нукта дар хат мехобад».

Супоришҳо

1. Ба расми 3 нигаред ва дар дафтаратон ба воситаи ишора тааллуқ доштан ё надоштани нуктаҳоро дар хати a нависед.

2. Ягон хати ихтиёрии b -ро созед. Навиштаҳои зеринро бо се тарз хонед ва нуктаҳоро дар расм гузоред: $A \in b, P \notin b, D \in b, K \in b, M \in b, E \in b, \Phi \in b, C \in b, B \in b, O \in b$.

Агар дар хат як ё ду нукта гузошта шавад, хат ба қисмҳо ҷудо мешавад. Худуди қисмҳои хат нуктаҳо мебошанд.



Расми 4

Дар расми 4 хати a ба ду қисми a_1 ва a_2 ҷудо шудааст, худуди ин қисмҳо нуктаи A аст. Хати b бо ду нуктаи A ва B ба се қисм ҷудо шудааст. Ин қисмҳо a_1, a_2 ва a_3 мебошанд. Қисми a_1 фақат як ҳудуд дорад (нуктаи A), қисми a_2 ду ҳудуд дорад (A ва B) ва қисми a_3 фақат як ҳудуд дорад (нуктаи B).

Агар қисми хат як ҳудуд дошта бошад, он гоҳ ин ҳудудро ибтидои қисми хат гуфтан равост. Агар қисми хат ду ҳудуд дошта бошад, якero **ибтидо** ва дигарero **интиҳо** мегӯянд.

Супоришҳо

3. Ягон хати c -ро сохта, дар он се нуктаи A, B ва C -ро гузоред. Хат ба чанд қисм ҷудо шуд? Аз ин қисмҳо чандтояш як ҳудуд ва чандтои дигараш ду ҳудуд дорад?

4. Агар дар ягон хат $2, 4, 6, 8, \dots, 100$ нукта гузорем, миқдори қисмҳо чандто мешаванд? Чандтояш як ва чандтояш дутогӣ ҳудуд доранд?

5. Агар дар ягон хат $1, 3, 5, 7, 9, \dots, 99$ нукта гузорем,

миқдори қисмҳо чандто мешаванд? Чандтояш як ва чандтояш дутоғӣ худуд доранд?

3. Хати рост. Тасаввур кунед, ки ду вагон ресмони дарозе доранд. Онҳо ресмонро таранг кашида, ба самтҳои муқобил ҳаракат мекунанд (расми 5).



Расми 5

Дар ин ҳолат ресмони таранг кашидашуда тасаввуроти хати ростро медеҳад. Мисоли хатҳои рост симҳои телефон, нурҳои аз сӯрохии танг гузаранда ва ғайра шуда метавонанд, агар онҳо аз ду тараф беохир давом ёбанд ё худ ибтидою интиҳо надошта бошанд. Мувофиқи гуфтаи Евклид «**хати рост хатест, ки нисбат ба ҳамаи нуқтаҳои ҷаҳел ҷойгир аст**». Аз ин гуфтаи Евклид бармеояд, ки хати рост аз нуқтаҳои зиёд иборат буда, қачиҳо ва ҳақидагию мавҷҳо надорад. **Дар геометрия хати ростро мафҳуми одитарин ҳисобида, таъриф намедиҳанд.** Гуфтаи Евклидро барои мафҳуми хати рост таъриф ҳисобидан дуруст нест.

Дар геометрияи мактабӣ аз мафҳуми хати рост ба таври васеъ истифода мебаранд. Аксарияти шаклҳои геометрӣ аз шумораи зиёди қисмҳои хати рост иборатанд.

Ба фикри шумо аз як нуқта чанд хати рост мегузаранд? Аз ду нуқта-чӣ?

Аз як нуқта хатҳои рости бешумор мегузаранд (расми 6, а)).



а)



б)

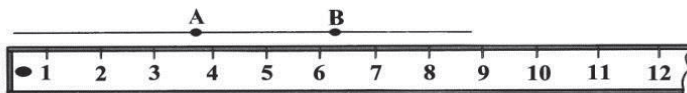
Расми 6

Дар хотир доред:

1. Аз ду нуқтаи гуногун фақат як хати рост мегузаранд. Дар ҳақиқат, аз ду нуқта хатҳои бешумор мегузаранд,

(расми 6, б)), вале фақат яктояш хати рост аст. Хати ростро бо хаткашак (расми 7) мекашанд. Хати ростро бо ду ҳарфи калон ё бо як ҳарфи хурди латинӣ ишора мекунанд. Масалан: AB , CD ё a , b ...

2. Нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хати рост тааллуқ доранд ва нуқтаҳои мавҷуданд, ки ба хати рост тааллуқ надоранд. Хати рост нуқтаҳои бешумор дорад, вай дарозӣ дораду бар ва ғафсӣ не. Хати рост ибтидою интиҳо надорад.



Расми 7

4. **Ҳамворӣ ва сатҳ.** Ҳар як ашёе, ки дар табиат мавҷуд аст, қабати беруние дорад, ки онро ихота мекунад. Масалан, бадани одамро пӯсти бадан ихота кардааст. Дарахтон ҳам қабати беруни-пӯст доранд. Ин қабатро ба монанди пардаи тунуке тасаввур кардан мумкин аст, ки бару дарозӣ дорад, аммо ғафсӣ надорад.

Чунин пардаи тунук барои чисмҳо ва ашёҳо сатҳ мебошад. Дар забони гуфтугӯӣ сатҳи об, сатҳи миз, сатҳи Замин, сатҳи кура ва ғайра воমেҳӯранд. Евклид гуфта буд: «сатҳ онест, ки танҳо дарозӣ ва бар дорад». Дар ҳар сатҳ нуқтаҳои бешумор мавҷуданд. Дар сатҳ хатҳои бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст. Хатҳо сатҳро ба қисмҳо чудо мекунанд.

Ба гуфтаи Евклид: «**Худуди сатҳ хат аст**».

Деворҳои хонаро бо қоғазҳои гулдор ё оҳаку рангҳои махсус оро медиҳанд. Дар ин ҳолат қабати қоғазҳо ва рангҳо, мисоли сатҳҳо мебошанд.

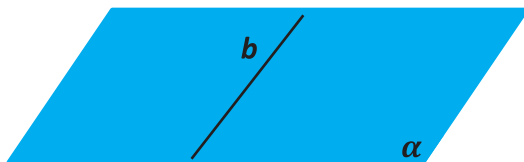
Укёнус ё баҳрро тасаввур кунед, ки обаш тамоман ором бошад. Сатҳи ин хел об моро ба тасаввуроти ҳамворӣ меоварад. Ҳамворӣ сатҳест, ки аз чор тараф беҳудуд аст. Сатҳи девор, сатҳи миз, сатҳи оина ва ғайра қисмҳои ин ё он ҳамворӣ мебошанд. Ҳамвории ҳақиқиро сохтан ё дар ҳаёт вохӯрдан аз имкон берун аст, аммо қисмҳои ҳамворӣ дар ҳама ҷо дучор меоянд.

Ҳамвориро дар шакли чоргӯшаҳо тасвир карда, онро бо ҳарфҳои алифбои юнонӣ α (алфа), β (бета), γ (гамма) ва ғайра ишора мекунанд.

Дар хотир доред:

Ҳамворӣ мафҳуми одитарин аст, онро таъриф намедиханд. Ҳамворӣ бар ва дарозӣ дорад, вале гафсӣ надорад. Ҳамвориго ба чор самт беинтиҳо давом додан мумкин аст. Ҳамворӣ аз нуқтаҳои бешумор иборат аст. Дар ҳамворӣ хатҳои рости бешуморро ҷойгир кардан мумкин аст.

5. Нимҳамворӣ. Агар дар ҳамворӣ хати рости b -ро ҷойгир намоём, он ҳамвориго ба ду қисм ҷудо мекунад. Ҳар як қисм нимҳамворӣ мебошад. Худуди нимҳамворӣ аз як тараф хати рост аст (расми 8).



Расми 8

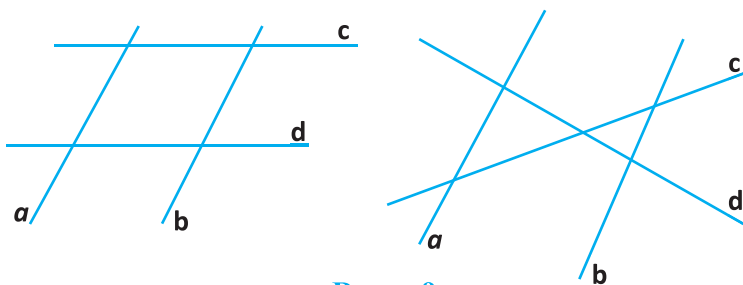
Супоришиҳо

6. Дар ҳамворӣ ду хати рост созад. Ҳамворӣ ба чанд қисмҳо ҷудо шуд? Чанд ҳолатҳои гуногун ҷой доранд?

7. Дар ҳамворӣ се хати ростро тавре созад, ки ҳамворӣ ба: а) 4 қисм; б) 6 қисм; в) 7 қисм ҷудо шавад.

8. Агар дар сатҳи замин кӯҳҳо, пастию баландиҳо мавҷуд набошанд, онро ҳамворӣ гуфтан мумкин аст?

9. Дар расми 9 хатҳои рости a, b, c, d , кашида шудаанд. Онҳо ҳамвориго ба чанд қисмҳо ҷудо кардаанд?



Расми 9

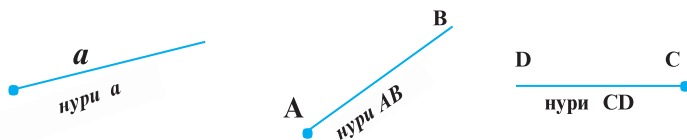
6. Нур. Дар хати рости a нуқтаи A -ро нишона мекунем (Расми 10). Ин нуқта хати ростро ба ду қисм ҷудо мекунад. Ҳар як қисм нур мебошад. Нуқтаи A ибтидои ин нурҳо аст.



Расми 10

Қисми хати рост, ки аз як тараф бо нуқта маҳдуд аст, нур номида мешавад. Нур ибтидо дораду интиҳо не.

Шуоъҳои ҷароғ ва офтоб мисли нурҳо мебошанд. Онҳо аз як нуқта баромада беинтиҳо давом меёбанд. Нурҳоро бо як ҳарфи хурд ё бо ду ҳарфи калоне, ки ҳарфи аввалинаш ибтидои нур аст, ишора мекунам. Ба расми 11 нигаред.



Расми 11

7. Порча. Агар дар хати рост ду нуқтаи A ва B -ро гузорем, хати рост ба се қисм ҷудо мешавад. Қисми байн порча мебошад.

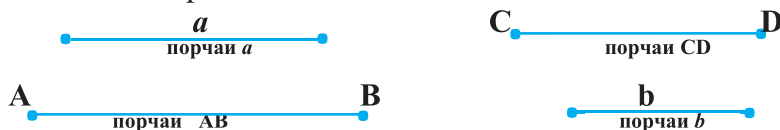


Расми 12

Дар хотир доред:

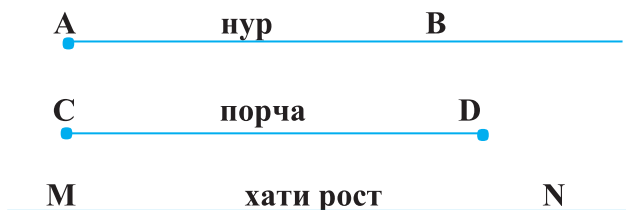
Он қисми хати рост, ки бо ду нуқта маҳдуд аст, порча номида мешавад.

Нуқтаҳои маҳдудкунанда нӯғҳои порча мебошанд. Порчаро бо ҳарфҳои хурди алифбои лотинӣ a, b, c, d, \dots ё бо ду ҳарфи калони алифбои лотинӣ ишора мекунам. Ба расми 13 нигаред.



Расми 13

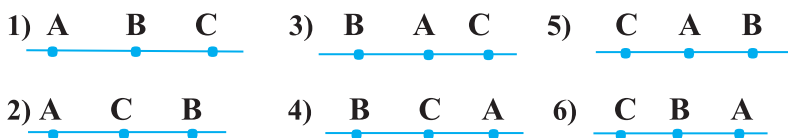
Ҳангоми кашидани порчаҳо, нурҳо ва хатҳои рост ин тавр рафтор мекунад: нӯғҳои порчаро бо нуқтаҳои равшан тасвир менамоянд. Ибтидои нур бо нуқтаи нишона карда мешавад. Нӯғҳои хати ростро ба тӯ тараф беинтиҳо давом додан мумкин аст. Дар расми 14 нури АВ, порчаи CD ва хати рости MN тасвир ёфтааст.



Расми 14

Порчаро дар ҳаёт сари ҳар қадам дидан мумкин аст. Пояҳои миз, қалам, сими телефон аз як симчӯб то дигараш, тегаҳои хона ва ғайра мисолҳои порчаҳо мебошанд.

8. Тартиби ҷойгирашавии нуқтаҳо дар хати рост. Дар хати ростии a се нуқтаи А, В, С-ро бо шаш тарз ҷойгир кардан мумкин аст. Ба расми 15 нигаред.



Расми 15

Дар ҳолати 1) ва 6) нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва С меҳобад. Дар ҳолати 2) ва 4) нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В воқеъ мебошад. Дар ҳолати 3) ва 5) нуқтаи А дар байни В ва С ҷойгир аст.

Дар хотир доред:

Аз се нуқтаи дар хати рост хобида фақат яктояш дар байни дутои дигараш меҳобад.

Супоришҳо

10. Дар хати рости a чор нуқтаи A, B, C, D -ро гузored. Кадоме аз нуқтаҳо дар байни нуқтаҳои дигар меҳобад? Ҳамаи ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед.

11. Дар нури OA нуқтаи A ва B -ро тасвир кунед. Ҳолатҳои имконпазирро нишон диҳед. Кадом нуқта дар байни нуқтаи O ва нуқтаи дигар меҳобад.

12. Дар порчаи AB ду нуқтаи C ва D -ро нишона кунед. Кадом нуқта:

а) дар байни A ва D , б) дар байни D ва B , в) дар байни C ва B ; г) дар байни A ва C ; ғ) дар байни A ва B хобида метавонад?

9. Ҳолати ҷойгиршавии хатҳои рост. Ба сифати ду хати рост ду ҷубҷаи ростхата ва ба сифати ҳамворӣ сатҳи мизро интихоб намуда, муайян кунед, ки дар рӯи миз ҷубҷаҳо бо чанд тарз ҷойгир кардан мумкин аст.

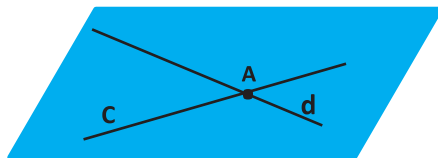
Ду хати рост дар ҳамворӣ бо се тарз ҷойгир мешавад.

1. Ду хати рост ягон нуқтаи умумӣ надоранд (расми 16).



Расми 16

2. Ду хати рост фақат як нуқтаи умумӣ доранд (расми 17).



Расми 17

3. Ду хати рост ақаллан ду нуқтаи умумӣ доранд (расми 18).



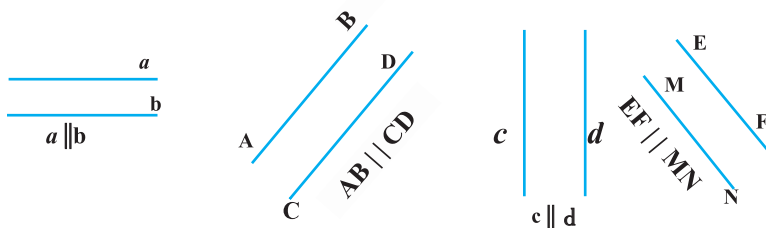
Расми 18

Дар хотир доред:

Ду хати росте, ки дар ҳамворӣ хобида ягон нуқтаи умумӣ надоранд, хатҳои рости параллел номида мешаванд.

Дар расми 16 хатҳои рости a ва b параллеланд. Ибораи «Хати рости a параллели хати рости b » чунин ишора карда мешавад: $a \parallel b$.

Дар расми 19 ҳолатҳои гуногуни тасвири хатҳои рости параллел нишон дода шудааст.



Расми 19

Релсҳои роҳи оҳан, симҳои телефон, тегаҳои муқобили миз ё дафтар, равонакҳои зинапоя, соҳилҳои канал ва ғайра мисоли хатҳои рости параллел мебошанд.

Дар хотир доред:

Ду хати росте, ки фақат як нуқтаи умумӣ доранд, хатҳои рости буранда номида мешаванд.

Дар расми 17 хатҳои рости бурандаи c ва d , инчунин нуқтаи буриши онҳо A тасвир ёфтааст. Ибораи «хати рости c хати рости d -ро дар нуқтаи A мебурад» чунин навишта мешавад:

$$c \cap d = A.$$

Дар хотир доред:

Ду хати росте, ки ақаллан ду нуқтаи умумӣ доранд, хатҳои рости ҳамҷояшаванда номида мешаванд.

Ишораиш: $a = b$ (расми 18).

Дар расми 18 хатҳои рости ҳамҷояшавандаи a , b ва ду нуқтаи умумии онҳо B ва C тасвир ёфтаанд. Навишти $a = b$ маънои «хатҳои рости a ва b ҳамҷояшаванда ҳастанд»-ро дорад.

Агар ду хати рост ҳамҷоя бошанд, онҳо нуқтаҳои бешумори умумӣ доранд, баъзан ин гуна хатҳои ростро ҳамон як хати рост меҳисобанд.

Аксиома, таъриф, теорема ва исбот

Дар геометрия мафҳумҳои нуқта, хати рост ва ҳамворӣ мафҳумҳои одитарин ҳисоб мешаванд. Ба мафҳумҳои одитарин таъриф наменданд.

Оё мекунанд, ки таъриф чист?

Таъриф ҷумла ва ё гурӯҳи ҷумлаҳост, ки барои аниқ кардани ягон мафҳум хизмат мекунанд. Агар ба ягон шакли геометрӣ таъриф дода шавад, бояд таъриф имконият диҳад, ки ин шакл аз байни шаклҳои дигар ҷудо карда шавад. Дар таърифи мафҳумҳо ҳамон аломат ё хосиятҳои зикр карда мешаванд, ки дар дигар мафҳумҳои маълум мавҷуд набоянд.

Масалан, ҷумлаи «Қисми хати росте, ки аз ду тараф бо нуқта маҳдуд аст, порча номида мешавад» таъриф мебошад. Аломати фарқкунанда «ду нуқтаи маҳдудкунанда» мебошад. Нур ҳам қисми хати рост аст, вале фақат як нуқтаи маҳдудкунанда дорад.

Дар геометрия ғайр аз мафҳумҳои нуқта, хати рост ва ҳамворӣ, дигар ҳамаи мафҳумҳо таъриф дода мешаванд.

Муносибати байни мафҳумҳои одитарин, ки ба шакли тасдиқоти маълум қабул карда шудаанд, аксиомаҳо мебошанд. Ба тариқи дигар, *аксиома тасдиқест, ки исбот карда намешавад.* Масалан, тасдиқи «аз ду нуқта фақат як хати рост мегузарад» аксиома мебошад. Дар геометрия ғайр аз аксиомаҳо дигар ҳамаи тасдиқот аз нуқтаи назари дуруст ва ё нодуруст буданашон исбот карда мешаванд.

Теорема чист?

Хосият ё тасдиқе, ки дурустиаш исботро талаб мекунад, теорема номида мешавад.

Масалан, тасдиқи: «агар ду хати рост ба хати рост сеюм параллел бошад, он гоҳ онҳо параллеланд» теорема аст. Ҳақиқат будани ин тасдиқ исботро талаб мекунад.

Исбот чист? Муҳокимароние, ки барои қабул ё рад кардани ягон тасдиқ лозим аст, исбот ном дорад.

Дар мавзӯҳои оянда шумо бо таъриф, теорема ва исботҳои гуногун шинос хоҳед шуд.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришхоро иҷро кунед:**

1. Хат аз хати рост чӣ фарқ дорад?
2. Оё бе истифода аз нуқта шаклҳои геометрии тасвир намудан мумкин аст?
3. Оид ба нуқта, хат ва хати рост аз ҳаёт мисолҳо оред ва онҳоро тасвир намоед.
4. Нуқта, хат ва хати ростро шарҳ диҳед.
5. Оё оид ба ҳамворӣ аз ҳаёт мисол овардан имкон дорад?
6. Оид ба сатҳ мисолҳо оред.
7. Оид ба нимҳамворӣ мисолҳо оред.
8. Сатҳ аз ҳамворӣ чӣ фарқ дорад?
9. Нур гуфта, чиро мефаҳмед? Аз табиат мисолҳо оред.
10. Оё нур охир дорад?
11. Оё аз як нуқта якчанд нур баромада метавонад?
12. Порча аз нур чӣ фарқ дорад?
13. Порча метавонад беохир шавад?
14. Порчаро ба таври гуногун тасвир кунед.
15. Оё дар як хати рост шумораи зиёди нуқтаҳоро ҷойгир намудан мумкин аст?
16. Чӣ гуна мафҳум ё рӯйдодҳои ҳаётиро аксиоматикӣ қабул намудан мумкин аст?
17. Оид ба исбот аз рӯйдодҳои ҳаёт мисолҳо оред.
18. Якчанд ашёи синфхонаро таъриф диҳед.

§2. АКСИОМАИ ПАРАЛЛЕЛИИ ХАТҲОИ РОСТ

Аз нуқтаи берунаи хати рост ба хати рости додашуда чанд хати рости параллел гузаронидан мумкин аст? Ин савол то Евклид, дар давраи ҳаёти ӯ ва то замони зиндагии олими рус Н. И. Лобачевский диққати аҳли илмро ҷалб карда буд. Мувофиқи ақидаи Евклид:

Аз нуқтаи берунаи хати рост ба хати рости додашуда фақат якто хати рости параллел гузаронидан мумкин аст.



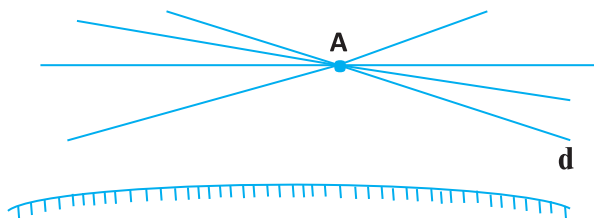
Расми 20 (а)

Евклид ин тасдиқро ҳамчун аксиомаи (постулати) панҷуми китобаш қабул карда буд. Ин тасдиқ дар замони ҳозира аксиомаи параллелии хатҳои рост ном дорад.

Дар замони Евклид ва тақрибан 2000 сол пас аз он олимони гуногун, ба монанди Ламберт, Лежандр, Саккери аз Аврупо, Умари Хайём, Насриддини Тӯсӣ аз Осиёи Миёна ва дигарон кӯшиш кардаанд, ки ин постулатро ҳамчун теорема исбот кунанд. Мутаассифона, онҳо ба хато роҳ доданд. Ба ҳар ҳол кӯшишҳои онҳо барабас нарафт, ин кӯшишҳо боиси тараққиёти минбаъдаи илми геометрия гардид. Танҳо ба олими рус Н.И. Лобачевский муяссар гашт, ки ба саволи дар боло гузошташуда ҷавоби саҳеҳ диҳад. Н.И Лобачевский исбот кард, ки дар доираи геометрияи евклидӣ постулати панҷумро ҳамчун теорема исбот кардан ғайриимкон аст (Аз рӯйи фаҳмиши геометрияи евклидӣ аз нуқтаи беруни хати рост ба хати рости додашуда фақат якто хати рости параллел мегузарад).

Мутаассифона ҳамворие, ки Евклид дар назар дошт, дар амал вучуд надорад. Агар тасаввур кунем, ки сатҳи Замин ҳамвор аст, аз сабаби курашакл будани Замин ҳамворӣ аз ҳамвории Евклид фарқ мекунад.

Н. И. Лобачевский геометрияи навро кашф намуд, ки дар он аз нуқтаи беруни хати рост, ба хати рости додашуда зиёда аз як хати рости параллел гузаронидан мумкин аст. Агар хати ростро дар сатҳи Замин гузаронем, аз сабаби курашаклии Замин он каме хамида менамояд. Аз ин рӯ, баъзан хатҳои рости аз нуқтаи А гузаранда ба хати рости додашуда то андозае наздик шуда, пас онро набурида дур мешаванд.



Расми 20 (б)

Дар чунин геометрияе, ки онро Н. И. Лобачевский «хаёлий» номида буд, постулати панҷуми Евклид доир ба хатҳои рости параллел ҷой надорад. Бо хамин кашфи худ Н.

И. Лобачевский дар геометрия табаддулоти бузурге ба вучуд овард. Ин кашф номи Н. И. Лобачевскийро машхур кард.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришно иҷро кунед:**

1. Аксиомаҳои параллелии хатҳои ростро ба ақидаи Евклид шарҳ диҳед?
2. Аксиомаҳои параллелии хатҳои ростро ба ақидаи Н. И. Лобачевский шарҳ диҳед?
3. Ақидаи Евклид ва ақидаи Н.И.Лобачевскийро муқоиса намуда, аз рӯи расмҳо ҳар яки онро шарҳ диҳед.

§3. ҲОЛАТИ ҶОЙГИРШАВИИ НУРҲО

Ду нур дар яке аз ҳолатҳои дар расми 21 тасвирёфта воқеъ мебошанд:



Нурҳои a ва b ҳамсамт.



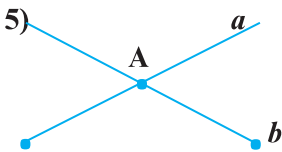
Нурҳои c ва d муқобилсамт.



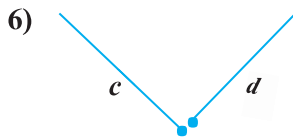
Нурҳои AC ва BC ҳамсамт.



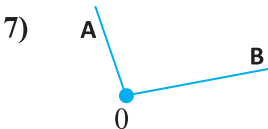
Нурҳои OB ва AC муқобилсамт.



Нурҳои a ва b гуногунсамту буранда.



Нурҳои c ва d гуногунсамту набуранда.



Нурҳои OA ва OB гуногунсамту ибтидои умумӣ доранд.

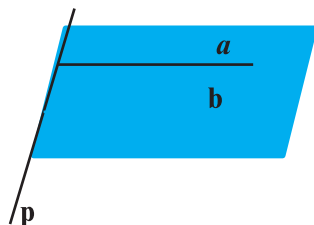


Нурҳои OA ва OB нурҳои муқобилсамти дорои ибтидои умумӣ мебошанд, онҳоро нурҳои пуркунанда меноманд.

Расми 21

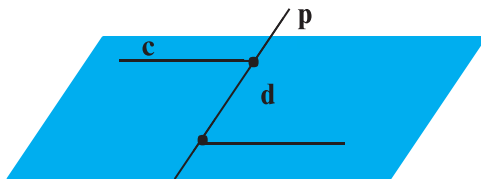
Аз расми 21 маълум гашт, ки ду нур метавонанд ҳамсамт, гуногунсамт ва муқобилсамт бошанд. Ду нури муқобилсамти дорои ибтидои умумӣ нурҳои пуркунандаи якдигаранд.

Маълум аст, ки хати рост ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ чудо мекунад. Агар сарҳади нимҳамвориҳо хати рости p буда, ду нури ҳамсамт аз нуқтаҳои хати рости p ибтидо гиранд, онҳо дар як нимҳамворӣ меҳобанд. Ба тариқи дигар, нурҳои ҳамсамт ҳамеша дар як нимҳамворӣ меҳобанд, ки сарҳади онҳо хати рости аз ибтидои онҳо гузаранда мебошад (расми 22).



Расми 22

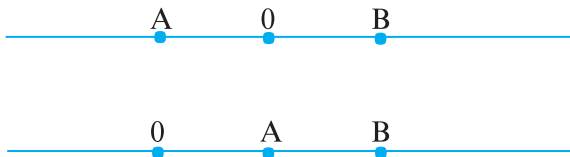
Агар ду нур аз сарҳади нимҳамвориҳо ибтидо ёфта муқобилсамт бошанд, дар нимҳамвориҳои гуногун меҳобанд (расми 23).



Расми 23

Дар хотир доред:

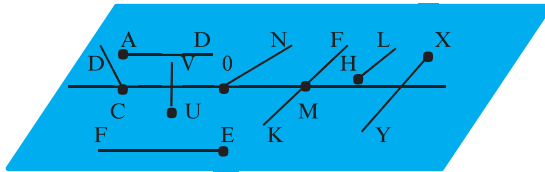
Агар ду нуқта ба нурҳои пуркунанда тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои умумии нурҳо дар байни ин нуқтаҳо меҳобад. Агар ҳар ду нуқта ба як нур тааллуқ дошта бошанд, он гоҳ ибтидои нур дар байни нуқтаҳо намеҳобад (расми 25).



Расми 25

МАСЪАЛАҲО

1) Ба расми 24 нигаред ва муайян кунед, ки кадом нурҳо: а) ҳамсамт; б) муқобилсамт; в) гуногунсамт; г) сарҳади нимҳамвориро буранда; ғ) ҳамдигарро буранда; д) пуркунандаи якдигар мебошанд.



Расми 24

2) Ду нури АВ ва CD ҳамсамтанд. Агар онҳоро то хати рост пурра намоем, хатҳои рост чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

3) Ду нури АВ ва CD-и муқобилсамт кашед, ин нурҳоро то хати рост пурра намоед. Хатҳои рости ҳосилшуда чӣ гунаанд?

4) Нурҳои MN ва PK-ро тарзе кашед, ки самти гуногун дошта бошад. Онҳо дар чӣ гуна хатҳои рост ҷойгиранд?

5) Дар хати рости a , чор нуқтаи А, В, С, D,-ро гузоред. а) Ҳамаи нурҳои ибтидояшон ин нуқтаҳоро нависед; б) Кадом нурҳо ҳамсамт, муқобилсамт ва гуногунсамт мебошанд? в) Чанд порча ҳосил шуд?

6) Ду нуре созед, ки: а) дорои як нуқтаи умумӣ бошанд; б) дорои як порчаи умумӣ бошанд; в) дорои як нури умумӣ бошанд.

7) Нур ва порча дода шудааст. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба нур муайян намоед.

8) Порча ва хати рост дар ҳамворие дода шудаанд. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба хати рост ва нимҳамворихо муайян намоед.

9) Дар расми 26 нурҳое нишон дода шудаанд, ки самтҳои сатҳи Замиро муайян мекунанд.

а) Нурҳои расм чӣ тавр ҷойгиранд?

б) Кадом нурҳо ба чап, ба рост, ба боло, ба поён равонанд?

в) Нурҳои OM, ON, OP, OK ба кучо равонанд?

Расми 26

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
Супоришхоро иҷро кунед:**

1. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нурхоро номбар намоед.
2. Нурхоро дар ҳолатҳои гуногун дар расмҳо нишон диҳед.
3. Оид ба ҳолатҳои ҷойгиршавии нурҳо аз ҳаёт мисолҳо оред.

§4. ЧЕН КАРДАНИ ПОРЧАҲО

Тачриба. Дар варақи дафтар ё дар тахтаи синф нуре кашед. Нӯғҳои паргорро дар масофаи муайян ҷойгир намоед. Дар ибтидои нур нуқтаи O гузоред. Аз нуқтаи O ба воситаи паргор нуқтаҳои A, B, C, D, E -ро тавре нишона кунед, ки масофаҳои OA, AB, BC, CD ва DE якхела бошанд. Дар зери нуқтаҳои O, A, B, C, D, E мувофиқан ададҳои $0, 1, 2, 3, 4, 5$ -ро гузоред. Ба саволҳои зерин ҷавоб диҳед: а) Порчаи OB аз порчаи OA чанд маротиба калон аст? б) Порчаҳои OC, OD, OE аз порчаи OA чанд маротибагӣ калонанд?

Дар замони қадим одамон барои чен кардани масофаҳо ё дарозиҳо, асбобҳои ченкунанда надоштанд. Бинобар ин, аз муқоисаи порчаҳо истифода мебуданд. Ачдоди мо барои чен кардани бар ва дарозиҳо аз вачаб, ангушт ё қадам истифода мекарданд.

Бо чунин тарзи ченкунӣ дарозии вачаб, ангушт ё қадам як воҳид қабул карда мешуд. Агар гӯем, ки дарозии ҷӯб 10 вачаб аст, ин маънои онро дорад, ки дарозии ҷӯб аз вачаб 10 маротиба калон аст.

Таъриф. Ду порча баробар номида мешаванд, агар ҳангоми нӯғҳои онҳоро болои ҳам гузоштан ҳамҷоя шаванд.

Ибораи «порчаи AB баробари порчаи CD » чунин навишта мешавад: $AB = CD$.

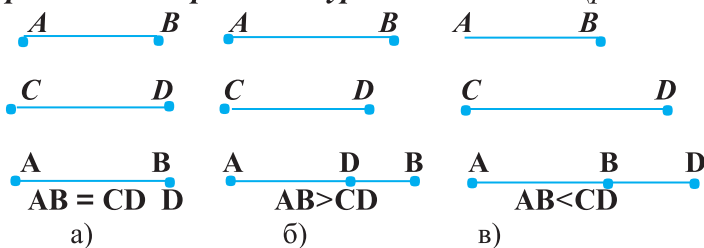
Бигзор ду порчаи AB ва CD дода шуда бошанд.

Барои муқоиса кардани порчаҳои AB ва CD нуқтаҳои A ва C -ро ҳамҷоя намуда, порчаи CD -ро дар нури AB ҷойгир мекунем (расми 27).

1) Агар нуқтаи B ба D ҳамҷоя шавад, порчаҳои AB ва CD баробаранд: $AB = CD$ (расми 27 а).

2) Агар нуқтаи D дар байни нуқтаҳои A ва B ҷойгир шавад, порчаи AB аз порчаи CD калон аст: $AB > CD$ (расми 27 б).

3) Агар нуқтаи B дар байни нуқтаҳои A ва D ҷойгир шавад, порчаи AB аз порчаи CD хурд аст: $AB < CD$ (расми 27 в).



Расми 27

4) Агар ибтидои нур ва ягон нӯги порчаи додашударо ҳамчоя кунем, нӯги дигари порча дар нур фақат як нуқтаро муйян мекунад.

Аз мисоле, ки шумо мушоҳида намудед, дарозии порчаи OA як воҳид буд. Дар он ҷо, порчаи $OB = 2 \cdot OA = 2$ воҳид, $OC = 3 \cdot OA = 3$ воҳид, $OD = 4 \cdot OA = 4$ воҳид, $OE = 5 \cdot OA = 5$ воҳид аст. Дар ҳамин мисол порчаи $OE = 5$ воҳид ва $OA = AB = BC = CD = DE = 1$ воҳид мебошанд. Дарозии порчаи OE ба суммаи дарозии қисмҳои OA, AB, BC, CD, DE баробар аст. Қисмҳои порчаи OE нуқтаҳои дохилии умумӣ надоранд (ба расми 28 нигаред).



Расми 28

Дарозии порча чунин таъриф дода мешавад:

Дарозии порча адади мусбатест, ки се шarti зеринро қаноат мекунонад: 1. Агар порча ба қисмҳое ҷудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохилии умумӣ надошта бошанд, он гоҳ дарозии порча ба суммаи дарозии қисмҳояш баробар аст. 2. Порчаҳои баробар дарозии баробар доранд. 3. Дарозии порчаи воҳидӣ ба як воҳид баробар мебошад.

Дар натиҷаи таҷрибаҳо бисёр одамон ба хулосае омаданд, ки воҳидҳои дарозиро доимӣ қабул намоянд. Воҳиди байналхалқии дарозӣ 1 метр (1 м) қабул карда шудааст, ки он тақрибан ба аз 40000000 як ҳиссаи меридианаи Замин ($1/40000000$) баробар аст. Ин эталон дар шакли милаи филизӣ аст, ки дарозияш 1 м буда, дар ҳолати 0°C нигоҳ дошта мешавад. Он дар шаҳри Париж (пойтахти

Фаронса) маҳфуз аст. Нусхаи чунин эталон дар дигар мамлакатҳо низ вучуд дорад.

Барои чен кардани дарозиҳо ва масофаҳо аз дигар воҳидҳо, ки дар муқоиса бо метр тартиб дода шудаанд, истифода мебаранд.

Дар хотир доред:

$1\text{мм} = 0,001\text{м}$	$1\text{м} = 100\text{см}$	
$1\text{дм} = 0,1\text{м}$	$1\text{м} = 10\text{дм}$	$1\text{дм} = 100\text{мм} = 10^2\text{мм}$
$1\text{см} = 0,01\text{м}$	$1\text{м} = 1000\text{мм}$	$1\text{км} = 10000\text{дм} = 10^4\text{дм}$
$1\text{км} = 1000\text{м} = 10^3\text{м}$	$1\text{дм} = 10\text{см}$	$1\text{км} = 100000\text{см} = 10^5\text{см}$
$1\text{мил} = 1,852\text{км}$	$1\text{см} = 10\text{мм}$	$1\text{км} = 1000000\text{мм} = 10^6\text{мм}$

Масофаи байни нуктаҳои А ва В маънои дарозии порчаи АВ-ро дорад.

Барои муқоисаи порчаҳо аз муносибатҳои зерин истифода мебаранд:

- 1) Порчаҳои АВ ва CD баробаранд: $AB = CD$;
- 2) Порчаи АВ аз порчаи CD калон аст: $AB > CD$;
- 3) Порчаи АВ аз порчаи CD хурд аст: $AB < CD$;
- 4) Порчаи АВ калон ё баробари порчаи CD аст: $AB \geq CD$;
- 5) Порчаи АВ хурд ё баробари CD аст: $AB \leq CD$;
- 6) Порчаи АВ аз порчаи CD k -маротиба калон аст: $AB = k \cdot CD$;
- 7) Порчаи АВ аз порчаи CD k -маротиба хурд аст: $AB = CD / k$;
- 8) Порчаи АВ аз порчаи CD a воҳид калон аст: $AB = CD + a$;
- 9) Порчаи АВ аз порчаи CD b воҳид хурд аст: $AB = CD - b$;
- 10) Фарқи порчаҳои АВ ва CD: $AB - CD$;

Агар гӯем, ки нуктаҳои А, В, С дар як хати рост мехобанд, он гоҳ яке аз шартҳои зерин иҷро мешавад:

1. $AB = AC + CB$.

Бо тариқи дигар, нуктаи С дар байни нуктаҳои А ва В мехобад.

2. $AC = AB + BC$.

Нуктаи В дар байни нуктаҳои А ва С мехобад.

3. $BC = BA + AC$.

Нуктаи А дар байни нуктаҳои В ва С мехобад.





Расми 29

Барои чен кардани масофа ва дарозӣ, аз хаткашаки тақсимотдор (чадвал), рулетка, штангенсеркул, планчӯб, спидометр, микрометр ва ғайра истифода мебаранд.

Супоришҳои зеринро аз рӯи расмҳо иҷро намоед:

1. Расми 29-ро дар дафтарадон кашида, дар зери ҳар қадам аввал ба воситаи ишораҳои ҳарфӣ, сипас ба воситаи шарҳи ҷумлагӣ мавқеи ҷойгиршавии нуқтаҳоро дар нур ва хати рост нависед.

Аз расми 29 истифода бурда, бо ишораҳои ҳарфӣ ва ҷумлаҳо муносибатҳои муқоисавии порчаҳои MN ва NK, KN ва MN, OM ва OP-ро нависед.

2. Расми 30-ро дар дафтарадон кашида, дарозии порчаи OE-ро 1 воҳид қабул карда, дарозии порчаҳои OA, OB, OK, OM, ON, MN, AC, BC, CD, DN, KM ва KN-ро муайян кунед. Дар расм ҳамагӣ чанд порча ҳаст? Қадам порча аз ҳама калон аст? Онро бо чанд тарз ба намуди маҷмӯи порчаҳои дигар навиштан мумкин аст?



Расми 30

3. Агар дарозии порча бо ададҳои касрӣ ифода шуда бошад, онро чӣ тавр месозанд?

Мисол 1) Агар порчаи $AB = 3,5$ см бошад, мо аввал бо хаткашак порчаи 3 см-ро кашида, дар давомаш 5 мм-ро ҷойгир мекунонем, яъне $AB = 3,5$ см = 3 см 5 мм.

Шумо порчаҳои $AB=5,3$ см, $CD = 4,8$ см ва $MP = 0,7$ см-ро созед.

2) Агар порчаи $AB = 4\frac{2}{5}$ см бошад, аввал мо порчаи 4 см-ро кашида, пас $\frac{2}{5}$ см = $\frac{2}{5} \cdot 10$ мм = 4 мм-ро дар давомаш мегузорем.

Шумо порчаҳои зеринро бо хаткашак кашед:

а) $AB = 8\frac{3}{4}$ см, $CD = \frac{1}{5}$ см, $PK = 5\frac{1}{2}$ см, $ME = 3\frac{4}{5}$ см.

3) Агар порчайи $OB = 2,4$ ОЕ бошад, аввал мо порчайи воҳидии ОЕ-ро мекашем, сипас порчайи ба 2 ОЕ баробарро кашада, дар давомаш порчайи $0,4$ ОЕ $= \frac{4}{10}$ ОЕ $= \frac{2}{5}$ ОЕ-ро мекашем, яъне $OB = 2 \cdot ОЕ + \frac{2}{5} ОЕ$.



Расми 31

Ба таври дигар кашидани $0,4$ ОЕ: порчайи ОЕ-ро ба даҳ қисми баробар ҷудо карда, аз он 4 қисмашро мегирем.

Шумо порчаҳои зеринро кашед:

а) $OM = 0,6 \cdot ОЕ$; б) $OK = 3,7 \cdot ОЕ$; в) $OP = 8,5 \cdot ОЕ$

г) $OS = 7,8 \cdot ОЕ$; д) $OA = 2,8 \cdot ОЕ$.

Супоришҳо барои кори мустақилона

1) Ба мо 3,6 дм; 4,5 м; 3,2 км дода шудааст. Талаб карда мешавад, ки онҳоро бо см-ҳо ифода кунем:

$$3,6 \text{ дм} = 3,6 \cdot 10 \text{ см} = 36 \text{ см}; \quad 3,2 \text{ км} = 3,2 \cdot 1000 \text{ м} = 3200 \text{ м} = 3200 \cdot 100 \text{ см} = 320000 \text{ см}; \quad 4,5 \text{ м} = 4,5 \cdot 100 \text{ см} = 450 \text{ см}.$$

Шумо 4,7 дм, 6,3 м ва 9,4 км-ро бо см-ҳо ифода кунед.

2) Агар 450 дм, 45 дм, 4,7 дм, 8,3 м ва 6 см дода шуда бошад, онҳоро ин тавр бо км-ҳо ифода мекунем: $45 \text{ дм} = (45 : 10) \text{ м} = 4,5 \text{ м} = (4,5 : 1000) \text{ км} = 0,0045 \text{ км}$;

$$450 \text{ дм} = (450 : 10) \text{ м} = 45 \text{ м} = (45 : 1000) \text{ км} = 0,045 \text{ км}.$$

$$4,7 \text{ дм} = (4,7 : 10) \text{ м} = 0,00047 \text{ км};$$

$$8,3 \text{ м} = (8,3 : 1000) \text{ км} = 0,0083 \text{ км}; \quad 6 \text{ см} = (6 : 10) \text{ дм} = 0,6 \text{ дм} = (0,6 : 10) \text{ м} = 0,06 \text{ м} = 0,00006 \text{ км}.$$

Шумо 370 дм; 48 дм; 0,6 дм; 780 м; 9,4 м; 820 см; 15000 см; 4 см ва 5 мм-ро бо км-ҳо ифода кунед.

3) Агар $6\frac{7}{8}$ мм дода шуда бошад, онро ин тавр бо км ифода кардан мумкин аст: $1 \text{ км} = 1000 \text{ м} = 100000 \text{ см} = 1000000 \text{ мм}$, пас

$$6\frac{7}{8} \text{ мм} = \frac{55}{8} \cdot \frac{1}{1000000} \text{ км} = \frac{55}{8000000} \text{ км} = \frac{11}{1600000} \text{ км}.$$

Шумо $5\frac{6}{7}$ мм, $8\frac{4}{3}$ дм, $9\frac{1}{5}$ м, 450мм, $4\frac{3}{8}$ м, $9\frac{3}{10}$ см-ро бо км-ҳо ифода кунед.

САВОЛҲО БАРОИ САНЧИШ

1. Кадом мафҳумҳои геометрияро таъриф додан шарт нест? Евклид дар бораи онҳо чӣ гуфта буд?
2. Евклид кист ва кадом китобро навиштааст?
3. Калимаи геометрия чӣ маъно дорад?
4. Геометрия аз чанд қисм иборат аст?
5. Аз ду нуқта чанд хати рост мегузарад?
6. Ду хати рост чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд?
7. Чӣ гуна хатҳои ростро параллел меноманд? Онҳоро дар кучо дидан мумкин аст?
8. Чӣ гуна хатҳои рост бурандаанд?
9. Хати рост ҳамвориро ба чанд қисм чудо мекунад ва ҳар як қисмаш чӣ ном дорад?
10. Нур чист? Ҳангоми тасвир нурро аз хати рост чӣ тавр фарқ мекунад?
11. Нурҳо чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Ҳамаи ҳолатҳоро тасвир намоед.
12. Порча чист? Намудҳои ишораи порча чӣ гунаанд?
13. Н. И. Лобачевский кӣ буд?
14. Аз аҷдоди гузаштаи мо, кӣҳо доир ба геометрия асарҳо эҷод кардаанд?
15. Воҳидҳои дарозӣ кадоманд ва кадомаш эталони дарозӣ мебошад?
16. Шумо дар бораи хат чӣ медонед? Хатҳо чанд намуд доранд?
17. Сатҳ чист? Доир ба сатҳ мисол оваред.
18. Ду порча чанд ҳолати ҷойгиршавӣ доранд? Онҳоро тасвир намоед.
19. Дарозиро ба воситаи кадом асбобҳо чен менамоянд?
20. Хосиятҳои асосии дарозӣ кадомҳоянд?
21. Аксиома чист?
22. Теорема ва исбот чист?
23. Таъриф чӣ гуна мулоҳиза (ҷумла) аст?
24. Шумо кадом шаклҳои геометрияро медонед?
25. Агар як нуқта дар байни ду нуқтаи дигар воқеъ бошад, онро чӣ тавр тасвир менамоянд?

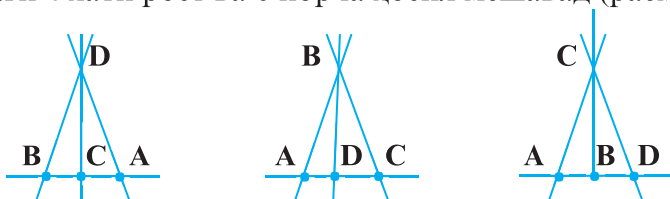
МАСЪАЛАҲО

1. Дар ҳамворӣ 4 нуқтаи А, В, С, D-ро интихоб кунед. Аз ин нуқтаҳо чанд хати рост мегузарад? Чанд порчаҳо ҳосил мешаванд, ки нӯғҳояшон ҳамин нуқтаҳо бошанд.

Ҳал. Пеш аз ҳама ҳолатҳои ҷойгиршавии нуқтаҳоро муайян мекунем.

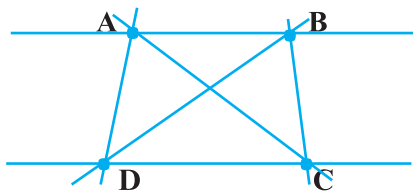
1) Чор нуқтаи A, B, C, D метавонанд ҳамчун шаванд, он гоҳ онҳо як нуқтаро тасвир мекунанд. Аз нуқта хати рости микдораш бешумор мегузарад ва ягон порча ҳосил намешавад.

2) Чор нуқта метавонад сетоғӣ: а) A, B, C дар як хати рост ва D берун аз он; б) A, C, D дар як хати рост, B берун аз он; в) B, A, D дар як хати рост, C берун аз он хобад. Ҳамагӣ 4 хати рост ва 6 порча ҳосил мешавад (расми 32).



Расми 32

3) Аз чор нуқта ҳеҷ кадом аз сетоаш дар хати рост намехобад. Дар ин ҳолат 6 хати рост ва 6-порча ҳосил мешавад (расми 33).



Расми 33

4) Ҳар чор нуқта метавонанд дар як хати рост хобанд. Дар ин ҳолат як хати рост ва 6 порча ҳосил мешавад (расми 34).



Расми 34

Ҷавоб: Аз 4 нуқта ё як, ё чор, ё шаш, ё бешумор хатҳои рост мегузаранд. Аз 4-нуқта (агар ҳамчун нашаванд) 6 порчаҳои AB, AD, AC, BC ва CD тартиб додан мумкин аст.

Оё мо масъаларо пурра ҳал кардем. Ба фикри шумо боз кадом ҳолатҳои дигар ҷой доштани шумо мумкин аст?

Агар шумо ҳалли масъаларо фаҳмида бошед, онро барои мавридҳои зерин иҷро намоед:

а) барои 3-нуқта; б) барои 5-нуқта; в) барои 6-нуқта; г) барои 10-нуқта.

2. Дар ҳамворӣ: а) се хати рост; б) чор хати рост; в) панҷ хати рост; г) даҳ хати ростро бо тарзҳои гуногун кашед. Онҳо дар чанд нуқта ҳамдигарро мебуранд?

3. Хати рости a ва се нуқтаи A, B, C дода шудаанд. Нуқтаҳо нисбат ба ин хати рост дар кадом нимҳамвориҳо ҷойгир мешаванд? Кадом порчаҳо хати ростро мебуранд? (Ҳамчояшавии нуқтаҳо ба эътибор нагиред).

Ҳал. Ҳолатҳои зерин имконпазир аст.

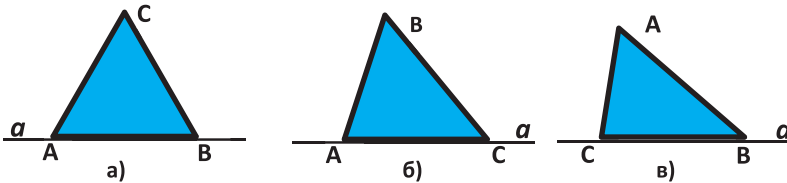
1) Нуқтаҳои A, B, C дар хати рости a меҳобанд (расми 35).



Расми 35

Се порчаи AB, BC, AC ҳосил мешавад. Ҳар се порчаҳо дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Ҳар се порча дар хати рост ҷойгиранд.

2) Ду нуқта дар хати рости a ва яктоаш берун аз он меҳобад (расми 36).

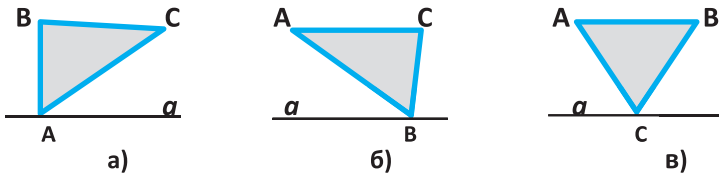


Расми 36

Як нуқта дар нимҳамворӣ ва дутоаш дар сарҳади нимҳамвориҳо меҳобанд. Се порчаи AB, AC, CB ҳосил мешавад.

Як порча дар хати рости a ҷойгир аст. Дутоаш бо хати рости a яктогӣ нуқтаи умумӣ доранд.

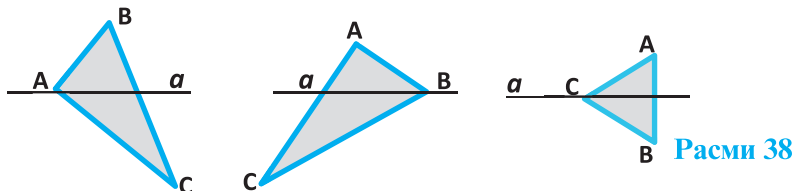
3) Як нуқта дар хати рости a ва дутоаш дар як нимҳамворӣ меҳобанд (расми 37).



Расми 37

Се порча ҳосил мешавад. Ҳарсеаш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ду порча ба хати рости a нуқтаи умумӣ доранд.

4) Як нуқта дар хати рости a ва дутои дигараш дар нимҳамвориҳо гуногун мехобанд (расми 38).



Расми 38

Се порча ҳосил мешавад. Яктоаш хати рости a -ро бурида, дутоаш бо ин хати рост нӯги умумӣ доранд (расми 39).

5) Ҳар се нуқта дар як нимҳамворӣ мехобанд.



Расми 39

Се порча ҳосил мешавад, ки ҳеҷ кадомаш хати ростро намебурад.

Ба фикри шумо боз кадом ҳолат носанчида монд, он ҳолатро ёбед ва расмҳои мувофиқро кашед.

4. Хати рости a -ро дар ҳамворӣ созед. Тасаввур кунед, ки ин роҳи мошингард бошад; а) чор; б) панҷ бино сохтан лозим аст. Ҳар ду биноро роҳи пиёдагард пайваст мекунад. Як тарафи роҳро чап, дигарашро рост ҳисобед. Кадом вақт роҳи пиёдагарди байни биноҳо бо роҳи мошингард бурида мешавад? Дар кадом ҳолат роҳи пиёдагард ба роҳи мошингард параллел шуда метавонад?

5. Дар канори роҳи мошингард: а) панҷ; б) чор; в) шаш симчӯб шинонидаанд. Чанд порчай сими ин симчӯбҳоро пайвасткунанда лозим аст? (Ҳар порчай сим фақат ду симчӯбро пайваст мекунад). Агар симчӯбҳо ранги гуногун дошта бошанд, он гоҳ онҳо бо чанд тарз чойгир мешаванд? Дар ҳар ҳолат кадом симчӯб дар байн мехобад?

6. Канорҳои дарё параллел мебошанд. Дар ду канори дарё: а) се, б) чор; в) панҷ; г) шаш дарахтро бо чанд тарз шинондан мумкин аст? Агар ҳар ду дарахтро бо сим пайваст кунем, чанд порчай сим лозим аст?

7. Хати рости p ҳамвориҳо ба ду нимҳамворӣ чудо мекунад. Чор нуқта, ки ибтидоашон дар хати рости p воқеъ аст, барои ҳолатҳои гуногун тадқиқ намоед. Дар кадом

ҳолат нурҳо ҳамсамт, гуногунсамт, муқобилсамт ва пурқунандаи якдигар мешаванд?

Ҳал: 1) Ҳар чор нур дар хати ростии p меҳобанд (расми 40).



Нурҳои AM , BM , CM ва DM ҳамсамтанд. Ҳеҷ кадомашон муқобилсамт ва пурқунанда нестанд.

Шакли дигари ин ҳолат дар расми 41 оварда шудааст.



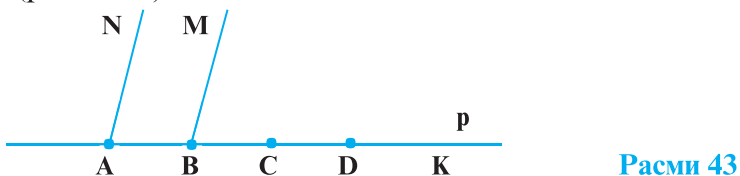
Дар ин маврид нурҳои AM ва AN муқобилсамт ва пурқунанда, нурҳои BM ва BN муқобилсамт ва пурқунанда, нурҳои AM ва BN муқобилсамт мебошанд.

2) Се нур дар хати ростии p ва яктояш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ибтидояш дар хати ростии p ҷойгир аст (расми 42).



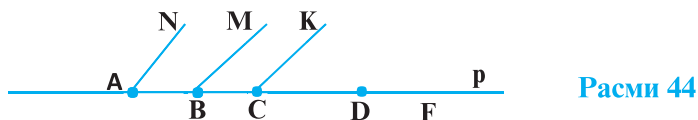
Дар ин ҳолат нури AN нисбат ба нурҳои BM , CM ва DM гуногунсамт буда, нурҳои BM , CM , DM ҳамсамтанд.

3) Ду нур дар хати ростии p ва дутои дигараш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ибтидояшон дар хати ростии p ҷойгир мебошад (расми 43).



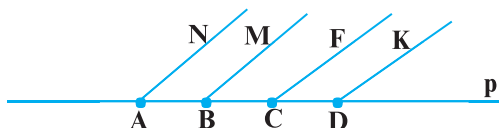
Нурҳои AN ва BM , инчунин нурҳои CK ва DK ҳамсамт мебошанд. Нури AN бо CK ва нури BM бо DK гуногунсамтанд.

4) Як нур дар хати ростии p ва се тои дигараш дар як нимҳамворӣ ҳобида, ибтидояшон дар хати ростии p ҷойгир аст (расми 44).



Нурҳои AN , BM ва CK ҳамсамт мебошанд. Ин нурҳо бо нури DF гуногунсамтанд.

5) Ҳар чор нур дар як нимҳамворӣ меҳобанд (расми 45).



Расми 45

Дар ин ҳолат нурҳо ҳамсамт мебошанд.

Дар ин ҷо қисме аз ҳал нишон дода шудааст. Шумо ҳалро давом диҳед ва ба охир расонед.

8. Се нурро дар ҳамворӣ дар ҳолатҳое созед, ки дар хати рости p наҳобанд. Дар кадом ҳолат: 1) онҳо дар як нимҳамворӣ меҳобанд; 2) нурҳо ба хати рости p нуқтаи умумӣ доранд, агар ҳеҷ кадоми онҳо ҳамҷоя нашаванд?

9. Нуқтаҳои A , B , C , D дар ҳамворӣ меҳобанд. Агар $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $CD = 5$ см, $AC = 7$ см бошанд, дар кадом ҳолат ҳар чор нуқта дар як хати рост меҳобанд?

Ҳал. Нуқтаҳои A , B , C дар як хати рост меҳобанд, зеро $AC = AB + BC$ мебошад: $AB + BC = 3$ см + 4 см = 7 см = AC . Барои он ки нуқтаи D дар ин хати рост ҳолад, бояд $AB + BC + CD = 3$ см + 4 см + 5 см = 12 см бошад (расми 46).



Расми 46

10. Масъалаи болоро барои мавриди чор нури ибтидоҷшон дар хати рости p набуда ҳал кунед.

11. Дар кадом ҳолат се нуқтаи A , B , C дар як хати рост меҳобанд ва кадомаш дар байни дутои дигараш меҳобад, агар:

а). $AB = 5$ см, $BC = 2$ см, $AC = 7$ см; б) $AB = 4,3$ дм, $BC = 1,7$ дм, $AC = 6$ см; в) $AB = 10$ см, $BC = 3$ см, $AC = 7$ см; г) $AB = 6$ мм, $BC = 8$ см, $AC = 6$ мм бошад?

12. Чор нуқтаро ихтиёрӣ дар як хати рост қайд кунед.

Нуқтаҳоро бо тартиби A , B , C , D гиред. Масофаҳои AB , BC , CD -ро бо хаткашак чен кунед. Дурустии баробариҳои зеринро санҷед: а). $AC = BC + AB$; б). $BD = BC + CD$; в). $AD = AB + BC + CD$; г). $AD = AB + BD$; д). $AD = AC + CD$.

13. Чор нуқтаро тарзе гузored, ки дар як хати рост нахобанд. Порчаҳои AB , BC , CD , AC ва BD -ро чен карда, дурустии нобаробариҳои зеринро санҷед:

а) $AD < AC + CD$; б) $AD < AB + BC + CD$; в) $BD < BC + CD$; г) $AD < AC + CD$.

14. Агар порчаи $AD=2\text{см}$ бошад, порчаҳои зеринро созед:

а) $AB=2 \cdot AD$, б) $AC=3 \cdot AD$, в) $AM=8 \cdot AD$, г) $AE=2,5 \cdot AD$.

15. Порчаи $AD=20\text{см}$ аст. Порчаҳои зеринро созед:

$AB = \frac{1}{2}AD$, $AC = \frac{2}{5}AD$, $AM = \frac{4}{5}AD$.

16. Порчаи $MN = 10\text{см}$ аст. Порчаҳои зеринро созед: $MA = 0,4 MN$; $MB = 1,5 MN$; $MC = 0,8 MN$.

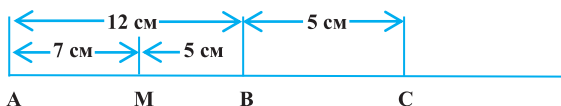
17. Масофаи байни шаҳрҳои Душанбе ва Кӯлоб 200 км аст. Ин масофаро аввал ба m , баъд бо dm , сипас бо cm ва дар охир бо mm ифода кунед.

18. Порчаи $AB = 12\text{ см}$ ва порчаи $BC = 5\text{ см}$ аст. Порчаҳои $AB + BC$ ва $AB - BC$ -ро созед.

Хал. Ба расми 47 нигаред:

$AC = AB + BC = 12\text{ см} + 5\text{ см} = 17\text{ см}$.

$AM = AB - BC = AB - BM = 12\text{ см} - 5\text{ см} = 7\text{ см}$.



Расми 47

19. Порчаҳои AB ва BC дода шудаанд. Порчаҳои $AB + BC$, $AB - BC$, $2(AB + BC)$, $3(AB - BC)$, $\frac{2}{5}(AB + BC)$, $25(AB - BC)$ -ро созед, агар:

а) $AB = 2\text{ см}$, $BC = 4\text{ см}$; б) $AB = 4\text{ см}$, $BC = 3\text{ см}$;

в) $AB = 5\text{ см}$, $BC = 3\text{ см}$; г) $AB = \frac{2}{5}\text{ дм}$, $BC = \frac{1}{2}\text{ дм}$ бошад.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед:**

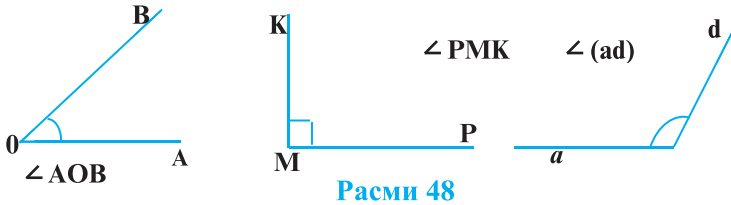
1. Воҳиди доимии байналхалқии дарозӣ чӣ аст?
2. Порчаҳоро бо кадом ченак чен мекунанд?
3. Дарозии синфхона 6 м аст. Оё он порча шуда метавонад?
4. Дар кадом ҳолат порчаҳо баробар номида мешаванд?
5. Воҳидҳои дарозӣ кадомҳоянд?

ФАСЛИ II

КУНЧҶО ВА ЧЕН КАРДАНИ КУНЧҶО

§1. КУНЧ

Мафхуми кунҷ. Шумо ба гӯшаҳои дафтар, миз, фарши хона, ду роҳи росте, ки аз як истоғ мебароянд, нигаред. Агар онҳоро хаттӣ тасвир кунем, яке аз шаклҳои расми 48-ро доранд.



Расми 48

Дар ин расмҳо ду нурро мебинед, ки аз як нуқта мебароянд, онҳо кунҷро ташкил мекунанд.

Таъриф. Шакле, ки аз ду нури гуногуни нуқтаи ибтидоияшон умумӣ ташкил ёфтааст, кунҷ номида мешавад.

Ибтидои нурҳо куллаи кунҷ, худи нурҳо тарафҳои кунҷ мебошанд. Дар расми 49 (а) нуқтаи O куллаи кунҷ, нурҳои OA ва OB тарафҳои кунҷ мебошанд. Кунҷҳоро бо се ҳарфи калони алифбои лотинӣ, ки ҳарфи мобайнӣ ишораи куллаи кунҷ ва ду ҳарфи дигар ишораи тарафҳои кунҷ мебошанд, ишора мекунанд.

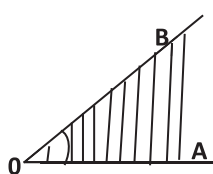
Масалан:

$\angle AOB$ - “кунҷи AOB ”, $\angle PMK$ - “кунҷи PMK ”. Баъзан кунҷҳоро бо як ҳарф, ки куллаи кунҷ аст ё бо ду ҳарфи хурде, ки онҳо нурҳои тарафҳои кунҷ мебошанд, ишорат мекунанд.

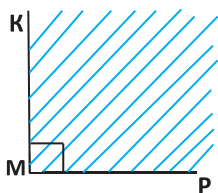
Масалан: $\angle O$, $\angle M$ ё $\angle (ab)$.

Кунҷ, ҳамвориро ба ду қисм ё соҳа ҷудо мекунад. Кунҷҳоро дар амалия бо ду порчаи симе, ки аз як нуқта мебароянд, месозанд. Аксар вақт ҳангоми аз варақ, тахта ё моддаи дигар сохтани кунҷ қисми ҳамвории байни нурҳоро нигоҳ медоранд. Кунҷҳои дар расми 48 тасвирёфта ва таърифи дар боло баёншуда барои кунҷҳои хаттианд.

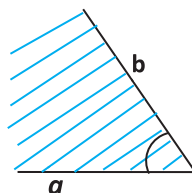
Қисми ҳамворие, ки бо ду нури аз як нуқта бароянда маҳдуд аст, кунҷи ҳамвор ном дорад.



a)

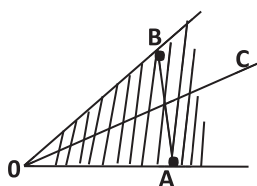


б)



в) **Расми 49**

Агар ягон нур аз куллаи кунҷ гузашта (–) дар дохили он хобад, онро **нури дохилии кунҷ** мегӯянд. Агар ягон порча, ду нуқтаи тарафҳои гуногуни кунҷро пайваст кунад, нури дохилии кунҷ ин порчаро мебурад. Дар кунҷи АОВ нури ОС нури дохилии кунҷ мебошад,

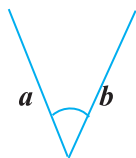
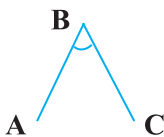
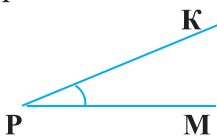


Расми 50

вай порчаи АВ-ро мебурад ва кунҷро ба ду қисмҳо ҷудо мекунад (расми 50).

МАСЪАЛАҲО

1. Ба расми 51 нигаред ва ба воситаи ишораҳо кунҷ-хоро нависед.



Расми 51

2. Кунҷҳои зеринро созед ва ҳарфҳои мувофиқро гузоред: $\angle MOK$, $\angle EOF$, $\angle A$, $\angle D$, $\angle(ab)$, $\angle(mn)$.

3. Кунҷи МАК-ро созед ва дар он нури дохилии АС-ро гузаронед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

4. Кунҷи АВС-ро сохта, дар он нурҳои дохилии ВD ва ВE-ро созед. Ишораҳоро гузошта, кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

5. Дар як нимҳамворӣ аз як нуқтаи сарҳадӣ чор нурро созед. Ишораҳоро гузошта, кунҷҳои ҳосилшударо номбар намоед.

6. Ду хати ростии бурандари кашед. Кунҷҳои ҳосилшударо номбар кунед.

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришхоро иҷро намоед:

1. Кунҷро бо тарзҳои гуногун таъриф диҳед.
2. Кунҷҳоро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
3. Кунҷҳоро чӣ гуна номгузорӣ мекунад? Онҳоро дар расмҳо нишон диҳед.
4. Оид ба кунҷ аз ҳаёт мисолҳо оред.
5. Чиро кунҷи ҳамвор меноманд?

§2. КУНҶИ КУШОД. МУҚОЙСА ҚАРДАНИ КУНҶО

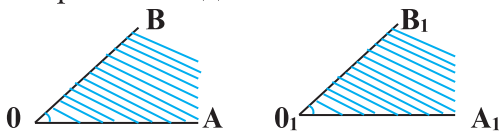
1. Кунҷи кушод. Ба расми 52 нигаред. Шумо кунҷи $\angle O A A_1$ –ро мебинед. Нуқтаи O -куллаи кунҷ, нурҳои OA ва OA_1 нурҳои пуркунандаи якдигар буда, тарафҳои кунҷ мебошанд. Кунҷи $\angle O A A_1$ кунҷи кушод аст.



Расми 52

Таъриф. Кунҷе, ки тарафҳояш нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷи кушод ном дорад.

2. Муқоисаи кунҷҳо. Дар расми 53 шумо кунҷҳои $\angle O B A$ ва $\angle O_1 B_1 A_1$ -ро мебинед.



Расми 53

Кунҷҳоро ин тавр муқоиса мекунад. Яке аз кунҷҳоро аз қоғаз бурида ҷудо мекунем. Нури $\angle O_1 A_1$ -ро ба нури $\angle O A$ аз ибтидояшон ҳамҷоя мекунем. Кунҷи $\angle A_1 O_1 B_1$ -ро дар нимҳамворие, ки кунҷи $\angle O B A$ воқеъ аст, ҷойгир мекунем. Агар нури $O_1 B_1$ бо нури $O B$ ҳамҷоя шавад, кунҷҳои $\angle O B A$ ва $\angle A_1 O_1 B_1$ низ ҳамҷоя мешаванд.

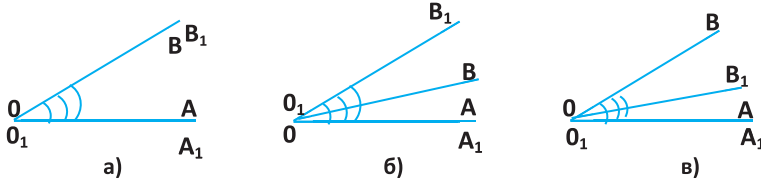
Таъриф. Ду кунҷе, ки ҳангоми болои ҳам гузоштан ҳамҷоя мешаванд, кунҷҳои баробар ном доранд.

Ҳангоми болои ҳам гузоштани ду кунҷи $\angle O B A$ ва $\angle A_1 O_1 B_1$, аввал нурҳои OA ва $O_1 A_1$ -ро ҳамҷоя мекунем, дар ин ҳолат агар:

1) нури OB ба нури O_1B_1 ҳамчоя шавад, он гоҳ $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$ мешавад (расми 54, а).

2) нури OB нури дохилии кунчи $A_1O_1B_1$ бошад, он гоҳ $\angle AOB < (\angle A_1O_1B_1)$ мешавад (расми 54, б).

3) нури O_1B_1 нури дохилии кунчи AOB бошад, он гоҳ $\angle AOB > (\angle A_1O_1B_1)$ мешавад (расми 54, в).



$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$ $\angle AOB < (\angle A_1O_1B_1)$ $\angle AOB > (\angle A_1O_1B_1)$

Расми 54

3. Градус. Чен кардани кунҷо. Кунчи кушодро ба воситаи гузаронидани нурҳои дохилӣ ба 180 ҳиссаи баробар таксим мекунанд. Дар натиҷа кунҷе ҳосил мегардад, ки бузургиаш 1^0 (як градус) ҳисоб карда мешавад.

Таъриф. *Аз 180 як ҳиссаи кунҷи кушодро як градус меноманд, яъне $1^0 = \frac{1}{180}$ ҳиссаи кунҷи кушод мебошад.*

Бузургии кунҷи кушод ба 180^0 баробар аст.

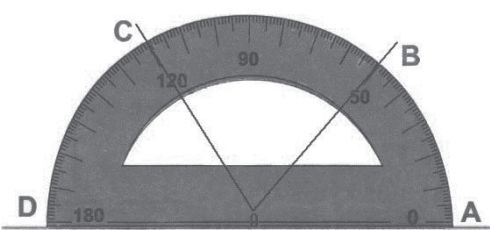
Барои чен кардани кунҷо ғайр аз градус боз аз дақиқаҳо ва сонияҳо низ истифода мебаранд: **1 (як дақиқа) $= \frac{1}{60}$ ё $1^0 = 60'$.**

$1''$ (як сония) $= \frac{1}{60} \cdot 1' = \frac{1}{3600} \cdot 1^0$ ё $1^0 = 60' = 3600''$.

Мисол: $5^0 = 5 \cdot 60' = 300 \cdot 60'' = 18000''$.

Кунҷҳои зеринро бо дақиқа ва сонияҳо ифода намоед: 4^0 ; 30^0 ; 60^0 ; $2,5^0$.

Кунҷҳоро бо ёрии асбобе, ки кунҷченкунак (транспортир) ном дорад, чен мекунанд (расми 55).



- $\angle AOB = 50^0$
- $\angle BOC = 70^0$
- $\angle AOC = 120^0$
- $\angle COD = 60^0$

Расми 55

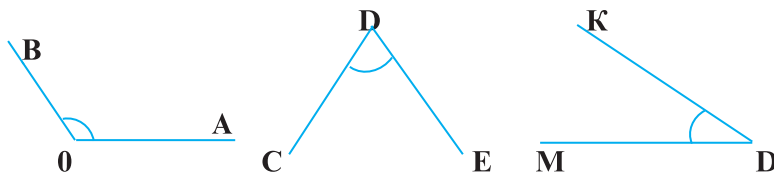
Аксиомаи чен кардани кунҷҳо

Ба ҳар як кунҷ бузургии мусбате мувофиқ меояд, ки се шарти зеринро қаноат мекунонад:

- 1) Кунҷҳои баробар ченаки градусии баробар доранд.
- 2) Агар кунҷ ба воситаи нурҳои дохилӣ ба кунҷҳое ҷудо шуда бошад, ки нуқтаҳои дохилии умумӣ надошта бошанд, он гоҳ бузургии ба суммаи бузургиҳои градусии қисмҳои баробар аст.
- 3) Бузургии кунҷи кушод ба 180° баробар аст.

МАСЪАЛАҲО

1. Кунҷи кушодро ба воситаи нурҳои дохилӣ ба се кунҷ ҷудо намоед. Ба воситаи кунҷченкунак он кунҷҳоро чен карда, суммашонро ёбед.
2. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои дафтаратонро чен кунед.
3. Бо ёрии кунҷченкунак кунҷҳои бузургиишон: 20° , 30° , 45° , 90° , 120° , 130° , 150° -ро созед.
4. Кунҷҳои дар расм тасвирёфтaro чен кунед (расми 56).



Расми 56

5. Ду хати ростии бурандаро созед. Ҳар чор кунҷи ҳосилшударо чен кунед, суммаи онҳоро ёбед.
6. Бо назардид кунҷи кушодро аввал ба ду, сипас ба чор ва баъд ба шаш қисми баробар тақсим намоед. Кунҷҳои ҳосилшударо чен карда, бо ҳам муқоиса кунед.
7. Ду хати ростии параллелро сохта, онҳоро бо хати ростии сеюм буред. Ҳашт кунҷи ҳосилшударо чен карда, бо ҳам муқоиса намоед.

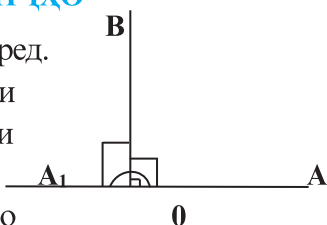
Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

1. Кунҷи кушодро таъриф дода, расми онро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
2. Дар кадом ҳолат ду кунҷ баробар номида мешаванд?
3. Кунҷҳоро бо кадом асбоб чен мекунанд?
4. Воҳиди кунҷ чӣ аст?
5. Кунҷҳоро бо дақиқаҳо ва сонияҳо чӣ гуна ифода мекунанд?
6. Аксиомаи чен кардани кунҷҳоро баён намоед.

§3. НАМУДИ КУНЧҶО

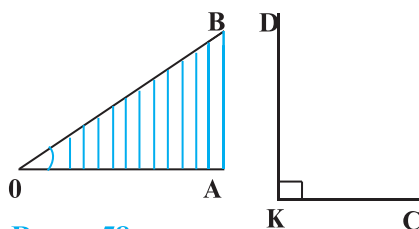
1. Кунчи рост. Ба расми 57 нигаред.

Дар ин расм $\angle AOB$ ва кунчи кушоди AOA_1 тасвир ёфтаанд. Кунчи AOB кунчи рост мебошад. Агар онро бо кунчи кушод муқоиса кунем, нисфи онро ташкил медиҳад.



Расми 57

Таъриф. Нисфи кунчи кушодро кунчи рост меноманд. Бузургии кунчи рост ба 90° баробар аст.



Расми 58

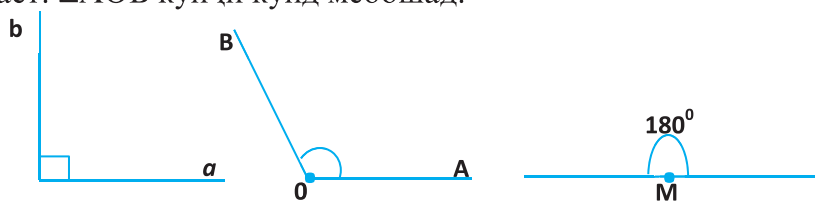
Ба кунчи рост дар ҳаёт вохӯрдан мумкин аст. Кунҷҳои сатҳи миз, кунҷҳои варақ ва дафтар, кунҷҳои девори хона ва ғайра мисоли кунҷҳои ростанд. Як кунчи кушод ба ду кунчи рост баробар аст. Дар расми 57 $\angle AOA_1 = \angle AOB + \angle BOA_1 = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ аст. Ба тариқи дигар, $\angle AOA_1 = 2 \cdot \angle AOB$ мебошад.

2. Кунчи тез. Кунҷҳои дар расми 58 тасвирёфтаре мушоҳида намоед. Ба осонӣ пай бурдан мумкин аст, ки $\angle AOB$ аз кунчи рости $\angle CKD$ хурд аст. Кунчи AOB кунчи тез мебошад.

Таъриф. Кунҷе, ки аз кунчи рост хурд аст, кунчи тез номида мешавад. Бузургии кунчи тез аз 0° то 90° мебошад.

Кунҷҳои бузургиашон $1^\circ, 5^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 89^\circ$, мисоли кунҷҳои тез мебошанд.

3. Кунчи кунд. Ба расми 59 нигаред. Он ҷо се кунҷ: яке рост, дигаре кушод ва дар байн кунчи AOB -ро мебинед. Кунчи AOB аз кунчи рост калон буда, аз кунчи кушод хурд аст. $\angle AOB$ кунчи кунд мебошад.



Расми 59

Таъриф. Кунче, ки аз кунчи рост кадону аз кунчи кушод хурд аст, кунчи кунд ном дорад. Бузургии кунчи кунд аз 90^0 кадону аз 180^0 хурд аст.

Ҳамин тарик, кунҷҳо 4 намуд мешаванд: кунчи кушод, кунчи рост, кунчи тез ва кунчи кунд.

МАСЪАЛАҲО

1. Аз кунҷҳои зерин кадомаш тез ва кадомаш кунд аст: 40^0 ; 150^0 ; 127^0 ; 89^0 ; 5^0 ; 36^0 ; 91^0 ; 189^0 ; 112^0 ; 30^0 ; 70^0 ; 120^0 ?

2. Бо ёрии хаткашак кунҷҳои зеринро созед: $\angle AOB$ -кунчи тез; $\angle CVP$ -кунчи кунд; $\angle DEP$ -кунчи кушод.

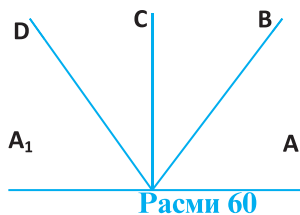
3. Агар кунҷҳои AOB ва BOC тез бошанд, $\angle AOB + \angle BOC$ -ро чен карда, кунчи калонро ёбед.

4. Кунчи кунди AOB -ро созед. Кунчи BOC -ро тарзе созед, ки $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC$ шавад. Бо кунҷченкунак кунҷҳоро чен карда, дурустии баробариро санҷед.

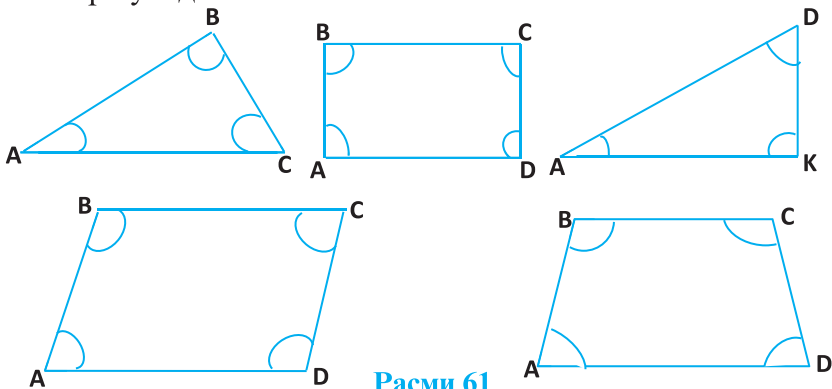
5. Дар расми 60 якчанд кунҷ тасвир ёфтаанд. Аз ин кунҷҳо кадомаш рост, кадомаш кунд ва кадомаш кушод аст.

6. Дар расми 61 якчанд шакли геометрӣ тасвир ёфтаанд. Кунҷҳои ҳар як шаклро чен карда, суммаи онҳоро ёбед.

7. Дар ҳар як шакли расми 61 кунҷҳои тез рост ва кундро номбар кунед.

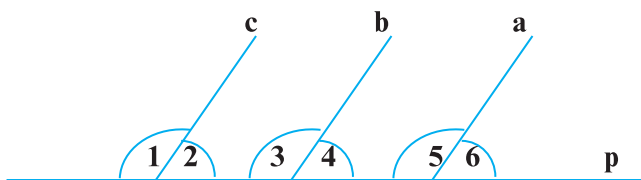


Расми 60



Расми 61

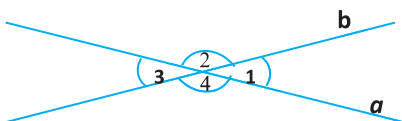
8. Ба расми 62 нигаред. Кунҷҳои 1, 2, 3, 4, 5 ва 6-ро чен карда бо ҳам муқоиса намоед. Бузургии $\angle 1 + \angle 2$, $\angle 3 + \angle 4$, $\angle 5 + \angle 6$ -ро ёбед.



Расми 62

Агар нурҳои a , b , c ҳамсамт бошанд, онҳо бо хати ростии p , ки аз ибтидояшон мегузарад, чӣ гуна кунҷҳоро ташкил медиҳанд?

9. Ба расми 63 нигаред. Суммаи кунҷҳои 1, 2, 3, 4-ро ба воситаи кунҷченкунак чен карда ёбед. Агар ду хати рост дар як нуқта бурида шаванд, чанд кунҷ ҳосил мешавад, аз онҳо бузургҳои кадомашон баробар аст. Маҷмӯи кунҷҳои ҳосилшуда ба чанд градус баробар аст?



Расми 63

10. Кунҷи 150° -ро созед, онро ба ду кунҷ ҷудо кунед, ки яктояш рост ва дигараш тез бошад.

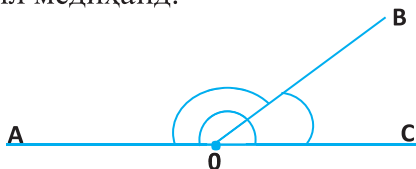
11. Кунҷи 75° -ро созед, онро то кунҷи 120° пурра намоед.

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришҳоро иҷро кунед:

1. Кунҷҳоро номбар намуда, онҳоро дар расмҳо нишон диҳед.
2. Оид ба ҳар як намуди кунҷ аз ҳаёт мисолҳо оварда, онҳоро шарҳ диҳед.
3. Бо ҷӯбчаҳо кунҷҳоро созед.

§4. КУНҶҲОИ ҲАМСОЯ ВА АМУДӢ (ВЕРТИКАЛӢ)

1. **Кунҷҳои ҳамсоя.** Ба расми 64 нигаред. Дар он шумо кунҷҳои AOB ва BOC -ро мебинед. Онҳо як тарафи умумии OB -ро доранд. Тарафҳои OA ва OC нурҳои пуркунандаи якдигаранд. Ҳар дуи ин кунҷҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои ҳамсояро ташкил медиҳанд.



Расми 64

Таъриф. Ду кунце, ки як тарафи умумӣ дошта, тарафҳои дигарашон нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷҳои ҳамсоя номида мешаванд.

Теорема. Суммаи кунҷҳои ҳамсоя ба 180° баробар аст.

Исбот. Ба расми 64 нигаред:

$$\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC = 180^\circ.$$

Кунҷи АОС кунҷи кушод буда, кунҷҳои АОВ ва ВОС кунҷҳои ҳамсояанд.

2. Кунҷи амудӣ. Ба расми 65 нигаред. Дар он шумо кунҷҳои АОВ ва A_1OB_1 -ро мебинед. Ҳар дуи онҳо дар якҷоягӣ кунҷҳои амудӣ (вертикалӣ) мебошанд. Тарафҳои ОА ва ОВ-и кунҷи АОВ, мувофиқан нурҳои пуркунандаи тарафҳои OA_1 ва OB_1 -и кунҷи A_1OB_1 мебошанд.



Расми 65



Расми 66

Таъриф. Ду кунце, ки тарафҳояшон нурҳои пуркунандаи якдигаранд, кунҷҳои амудӣ номида мешаванд.

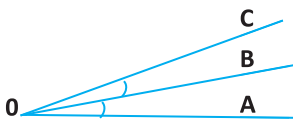
Дар расми 65 кунҷҳои BOA_1 ва AOB_1 кунҷҳои амудӣ мебошанд. Дар расми 65 ҳамаи кунҷҳои бо ҳам амудиро номбар кунед.

Теорема. Кунҷҳои амудӣ баробаранд.

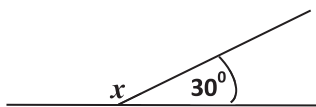
Исбот. Ба расми 66 нигаред. Дар ин расм кунҷҳои α ва β амудӣ буда, $\angle 2$ ба ҳар кадоми онҳо ҳамсоя мебошад:

$$\alpha + \angle 2 = 180^\circ \text{ ва } \angle 2 + \beta = 180^\circ. \text{ Аз ин ҷо: } \alpha + \angle 2 = \angle 2 + \beta \text{ ё } \alpha = \beta.$$

3. Биссектрисаи кунҷ. Ба расми 67 нигаред. Дар он $\angle AOC$ ва нури ОВ-ро мебинед. Нури ОВ аз қуллаи кунҷ баромада, кунҷи АОС-ро ба ду кунҷҳои баробар ҷудо намудааст. Нури ОВ барои $\angle AOC$ биссектриса мебошад.



Расми 67



Расми 68

Таъриф. Нуре, ки аз қуллаи кунҷ баромада онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи кунҷ ном дорад.

$$\angle AOB = \angle BOC = a; \quad \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 2a.$$

МАСЪАЛАҲО

1. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя 30° аст. Кунҷи дигарро ёбед.

Ҳал. Ба расми 68 нигаред, кунҷи x ва 30° кунҷҳои ҳамсояанд: $x + 30^\circ = 180^\circ$, $x = 150^\circ$.

2. Кунҷи α ба: 120° ; 40° ; 80° ; 100° ; 1° ; 175° баробар аст.

Кунҷи x ба α ҳамсоя аст. Кунҷи x -ро ёбед.

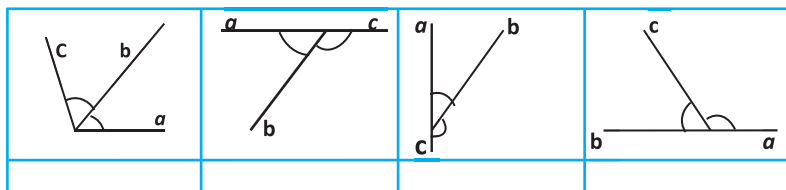
3. Кунҷҳои x ва y амудианд. Агар кунҷи x дорои қиматҳои 50° , 60° , 70° 120° бошад, қиматҳои кунҷи y -ро ёбед.

4. Кунҷи α рост ва кунҷи β ба α ҳамсоя аст. Расми мувофиқро кашед ва кунҷи β -ро ёбед.

5. Кунҷҳои α ва β ҳамсояанд. Агар кунҷи α кунд бошад, β чӣ гуна аст?

6. Кунҷҳои α ва β ҳамсояанд. Кунҷи β кунҷи тез аст, α чӣ гуна кунҷ аст?

7. Ба расми 69 нигаред. Нуралӣ $\angle(ab)$ ва $\angle(bc)$ -ро ҳамсоя пиндошт. Оё Нуралӣ ҳақ аст? Дар зери ҳар расм дуруст ё нодуруст будани онро нависед.



Расми 69

8. Оё кунҷҳои зерин ҳамсояанд: а) 40° ва 50° ; б) 60° ва 120° ; в) 1° ва 179° ; г) 91° ва 89° ; д) 150° ва 120° ; е) 130° ва 140° ?

9. Кунҷи AOB ба 80° баробар аст.

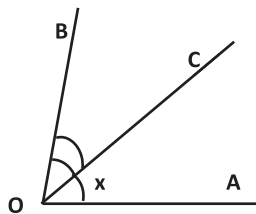
Нури OC биссектрисаи ин кунҷ аст.

$\angle\text{AOC}$ -ро ёбед.

Ҳал. Ба расми 70 нигаред.

$\angle\text{AOB} = 80^\circ$, $\angle\text{AOC} = x$,

$\angle\text{AOC} = \frac{1}{2} \cdot \angle\text{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 80^\circ = 40^\circ$.



Расми 70

Ҷавоб: 40° .

10. Дар кунҷҳои AOB , CMK , DEP ва DAB биссектрисаҳо созад, агар: $\angle\text{AOB} = 120^\circ$, $\angle\text{CMK} = 90^\circ$, $\angle\text{DEP} = 180^\circ$ ва $\angle\text{DAB} = 60^\circ$ бошад. Биссектрисаҳо кунҷҳоро ба ду қисми ҳар кадомашон β чудо мекунанд. Қимати β -ро ёбед.

11. Ду кунчи ҳамсоя кашед. Дар ҳар кадом биссектриса гузаронед. Биссектрисаҳо кадом кунчро ташкил менамоянд?

12. Се хати рост дар нуктаи O ҳамдигарро мебуранд. Ба кунҷҳои ҳосилшуда рақам гузored. Кунҷҳои амудино номбар кунед. Кадом кунҷҳо ҳамсояанд? Ҳамагӣ чанд кунҷи ғайрикушод ҳосил шуд?

13. Масъалаи 12-ро барои чор хати рост ҳал кунед.

14. Агар a ва b хатҳои рости параллел ва c бурандаи онҳо бошад, ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил мешавад? Кунҷҳоро рақам гузored. Кунҷҳои ҳамсоя, амудӣ ва баробарро нишон диҳед.

15. Кунҷи кушод кашед. Биссектрисаи онро созед. Дар ҳар кунҷи ҳосилшуда боз биссектриса гузаронед. Ҳамагӣ чанд кунҷ ҳосил шуд? Бузургии ҳар кунҷ ба чанд градус баробар аст? Кадом кунҷҳо ҳамсояанд?

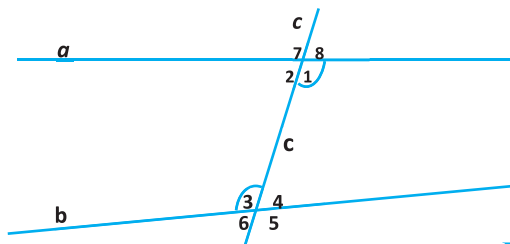
Нишондод. Нурҳои ҳосилшударо бо ҳарфҳои a, b, c ва ғайра ишора намоед.

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда, супоришҳоро иҷро кунед:

1. Аз муҳит оид ба кунҷҳои ҳамсоя мисолҳо оред.
2. Кунҷҳои ҳамсояро дар шаклҳои гуногун тасвир намуда, онҳоро номгузорӣ кунед.
3. Аз муҳит оид ба кунҷҳои амудӣ мисолҳо оред.
4. Кунҷҳои амудино дар шаклҳои гуногун тасвир намуда, онҳоро номгузорӣ кунед.
5. Биссектрисаи кунҷро таъриф диҳед.

§5. КУНҶҲОИ ТАРАФҲОЯШОН ҲАМСАМТ. КУНҶҲОИ ЧИЛЛИКӢ ВА ЯКТАРАФА. АЛОМАТҲОИ ПАРАЛЛЕЛИИ ХАТҲОИ РОСТ

1. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафа. Ба расми 71 нигаред. Ду хати рости a ва b -ро хати рости c мебурад. Дар буриш шумо кунҷҳои 1,2,3,4,5,6,7 ва 8-ро мебинед. Кунҷи 1 ва кунҷи 3, кунҷи 2 ва кунҷи 4 кунҷҳои чилликии дохилӣ, $\sphericalangle 1$ ва $\sphericalangle 4$, $\sphericalangle 2$ ва $\sphericalangle 3$ кунҷҳои яктарафаи дохилӣ, $\sphericalangle 1$ ва $\sphericalangle 5$, $\sphericalangle 2$ ва $\sphericalangle 6$, $\sphericalangle 3$ ва $\sphericalangle 7$, $\sphericalangle 4$ ва $\sphericalangle 8$ кунҷҳои мувофиқ ном доранд.



Расми 71

Теорема. Агар $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо бошад, он гоҳ:

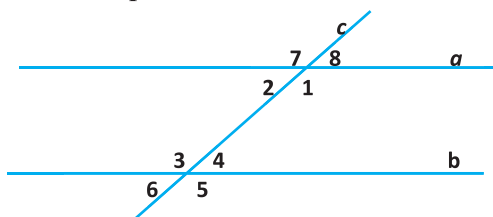
а) кунҷҳои ҷиллики дохилӣ баробаранд: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$;

б) суммаи кунҷҳои яктарафаи дохилӣ ба 180° баробар аст:

$$\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ;$$

в) кунҷҳои мувофиқ баробаранд: $\angle 1 = \angle 5$, $\angle 4 = \angle 8$, $\angle 3 = \angle 7$, $\angle 2 = \angle 6$ (расми 71).

Исбот. Куллаи $\angle 4$ -ро якҷоя ба хати рости b қад-қади хати рости c кӯчонда, ба куллаи $\angle 8$ ҳамҷоя мекунем (расми 72). Хатҳои рости a ва b болои ҳам меафтанд. Тарафҳои дуҷои $\angle 4$ ва $\angle 8$ ҳамҷоя шуда, як нурро ташкил медиҳанд. Азбаски $\angle 4$ ва $\angle 8$ пурра болои ҳам афтада ҳамҷоя мешаванд, пас $\angle 4 = \angle 8$ аст.



Расми 72

Азбаски $\angle 4 = \angle 8$ буда, $\angle 1$ ва $\angle 8$ ҳамсоҷанд, пас $\angle 1 + \angle 4 = \angle 1 + \angle 8 = 180^\circ$, $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ мешавад.

Аз тарафи дигар, $\angle 2 = \angle 8$ ҳамчун кунҷҳои амудӣ буда, $\angle 4 = \angle 8$ аст, пас $\angle 2 = \angle 4$ мешавад.

Супоришҳо

1). Исбот кунед, ки агар $\angle 1 + \angle 4 = 180^\circ$ бошад, пас $a \parallel b$ аст (расми 72).

2). $a \parallel b$ ва c -бурандаи онҳо мебошад. Агар қимати як кунҷе, ки дар буриш ҳосил мешавад, ба 30° баробар бошад, бузургии 7 кунҷи дигарро ёбед.

Ҳал. Ба расми 72 нигаред. Бигзор $\angle 8 = 30^\circ$ бошад. Он гоҳ $\angle 6 = \angle 4 = \angle 2 = \angle 8 = 30^\circ$ мешавад, зеро $\angle 6$ ва $\angle 4$, $\angle 2$ ва $\angle 8$ амудӣ буда, $\angle 2$ ва $\angle 4$ ҷиллики мебошанд. Кунҷҳои 8 ва 7

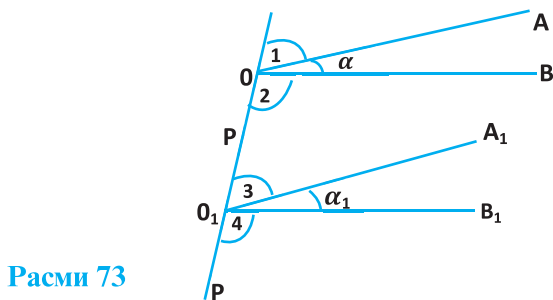
хамсојанд, аз ин рӯ, $\angle 7 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ мешавад. Аз тарафи дигар, $\angle 5 = \angle 3 = \angle 1 = \angle 7 = 150^\circ$ мебошад.

Ҷавоб: чорто кунҷи 30° ва чорто кунҷи 150° . Шумо масъалаи ба ин монандро дар ҳолати $\angle 1 = 60^\circ$ будан ҳал намоед.

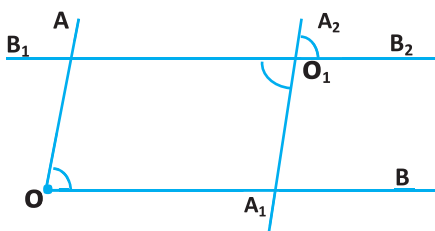
2. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт. Ба расми 73 нигаред. Дар расм ду кунҷи $\angle AOB$ ва $\angle A_1O_1B_1$ кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт мебошанд.

Теорема. *Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт баробаранд.*

Исбот. Бигзор $\angle AOB = \alpha$ ва $\angle A_1O_1B_1 = \alpha_1$ бошанд. Аз куллаи ҳарду кунҷ (O ва O_1) хати рости p -ро мегузаронем (расми 73).



Расми 73



Расми 74

$\angle 1 = \angle 3$ ва $\angle 2 = \angle 4$ аст, чунки онҳо кунҷҳои мувофиқанд.

$\angle 1 + \alpha + \angle 2 = 180^\circ$ ва $\angle 3 + \alpha_1 + \angle 4 = 180^\circ$. Аз ин ҷо:

$\angle 1 + \alpha + \angle 2 = \angle 3 + \alpha_1 + \angle 4$ ва $\alpha = \alpha_1$ ё $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

Теорема. *Кунҷҳо, ки тарафҳояшон муқобилсамтанд, баробар мебошанд.*

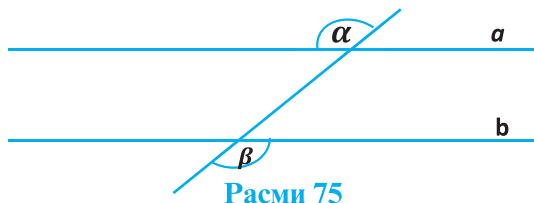
Исбот. Азбаски дар расми 74 нурҳои OA ва O_1A_1 , OB ва O_1B_1 муқобилсамтанд, кунҷҳои $\angle AOB$ ва $\angle A_1O_1B_1$ кунҷҳои тарафҳояшон муқобилсамт мебошанд. Тарафҳои кунҷи $\angle A_1O_1B_1$ -ро ба хати рост табдил дода, кунҷи ба он амудии $\angle A_2O_1B_2$ -ро ҳосил мекунем. $\angle A_2O_1B_2$ ва $\angle AOB$ тарафҳои ҳамсамт доранд. Аз ин рӯ, онҳо баробаранд. $\angle AOB = \angle A_2O_1B_2$ ва $\angle A_1O_1B_1 = \angle A_2O_1B_2$, пас $\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$.

МАСЪАЛАҲО

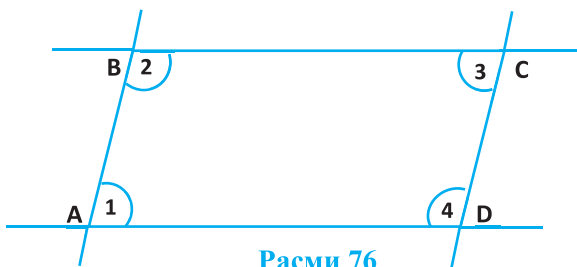
1. $a \parallel b$ ва c бурандаи онҳо мебошад. Суммаи ду кунҷи ҳосилшуда 180° аст. Ҳамаи кунҷҳои ҳосилшударо ёбед.

2. Хатҳои рости a ва b -ро хати рости c мебурад (расми 75). Агар $a = \beta$ бошад, исбот кунед, ки $a \parallel b$ аст.

3. Нурҳои AB ва A_1B_1 бо хати рости p кунҷҳои 30° -ро ташкил медиҳанд. Исбот кунед, ки нурҳои AB ва A_1B_1 ё ҳамсамт, ё муқобилсамтанд (A ва A_1 дар хати рости p меҳобанд).



Расми 75

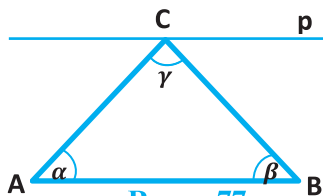


Расми 76

4. Агар нурҳои a ва b ҳамсамт буда, хати рости p аз ибтидои онҳо гузарад, исбот кунед, ки онҳо бо ин хати рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

5. Ба расми 76 нигаред. Маълум аст, ки $AB \parallel DC$ ва $AD \parallel BC$ мебошад. Исбот кунед, ки $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 360^\circ$ аст.

6. Ба расми 77 нигаред. Хати рости $p \parallel AB$ аст. Исбот кунед, ки $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ мебошад.



Расми 77

7. Се хати рости a , b , c параллеланд. Хати рости p онҳоро мебурад. Дар буриш 12-то кунҷ ҳосил мешавад. Агар яке аз кунҷҳо 50° бошад, 11-то кунҷи боқимондaro ёбед.

8. Аз нуқтаи А-и беруни хати рости a хати рости ба он параллелро созад. Ҳангоми сохтан аз кунҷченкунак ва хаткашак истифода баред.

Ҳал.

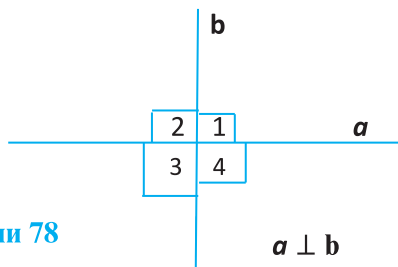
- 1) Хати рости a ва берун аз он нуқтаи А-ро месозем.
- 2) Аз нуқтаи А хати рости бурандаи АВ-ро нисбат ба a месозем. В нуқтаи буриш аст.
- 3) Кунҷи байни АВ ва хати рости a -ро чен мекунем.
- 4) Аз нуқтаи А кунҷи ба он баробарро месозем, ки тарафаш нури АВ бошад.
- 5) Тарафи дар хати рости АВ нахобидаро ба хати рост табдил медиҳем.

Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда, ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

1. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафаро таъриф дода, онҳоро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
2. Кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамтро шарҳ дода, онҳоро дар шаклҳои гуногун тасвир намоед.
3. Оид ба кунҷҳои ҳамсамт аз муҳит мисол оред.
4. Аломатҳои параллелии хатҳои ростро шарҳ диҳед.
5. Оё дар синф кунҷҳои чиликӣ ва яктарафаро дида метавонед?

§6. ХАТҲОИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

1. Мафҳуми хатҳои рости перпендикуляр. Дар расми 78 хатҳои рости бурандаи a ва b тасвир ёфтаанд. Чорто кунҷи 1, 2, 3 ва 4 ҳосил шудааст. Ҳар чори онҳо кунҷҳои ростанд, яъне $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90^\circ$ мебошад.



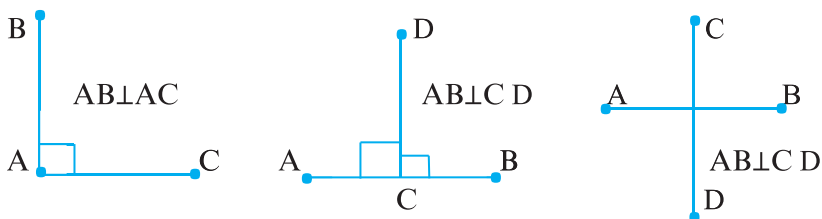
Расми 78

Хатҳои рости a ва b бо ҳам перпендикуляранд.

Таъриф. Ду хати росте, ки дар буриши кунҷҳои ростро ҳосил мекунанд, хатҳои росте бо ҳам перпендикуляр номида мешаванд.

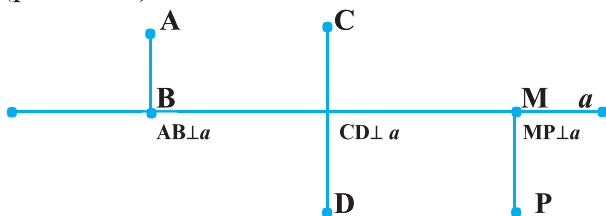
Агар a ба b перпендикуляр бошад, инро чунин менависанд: $a \perp b$.

Теғаҳои миз, ки аз як қулла мебароянд, теғаҳои аз як қулла барояндаи дафтар, теғаҳои девор ва хатҳое, ки дар фарши хона ҷойгиранд ва аз як қулла мебароянд, мисоли хатҳои росте перпендикуляр мебошанд. Порчаҳое, ки як нӯги умумӣ доранду кунҷи ростро ташкил медиҳанд, перпендикуляр мебошанд (расми 79).



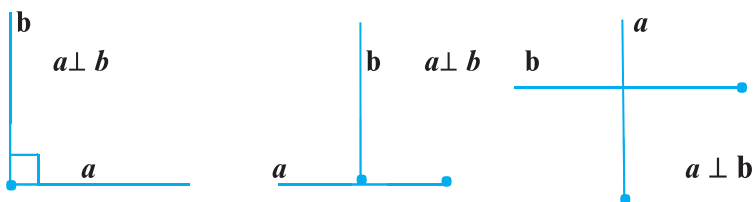
Расми 79

Порча ба хати рост перпендикуляр аст, агар бо хати рост як нуқтаи умумӣ дошта, бо он кунҷи ростро ташкил кунад (расми 80).



Расми 80

Ду нур перпендикуляранд, агар онҳо нуқтаи умумӣ дошта, кунҷи ростро ташкил намоянд (расми 81).

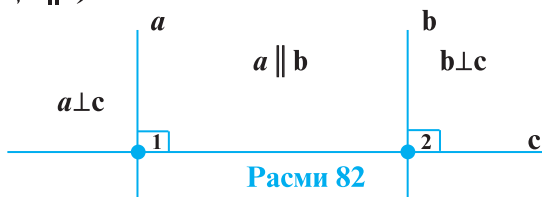


Расми 81

Супориш. Шумо ҳолатҳои перпендикулярӣ нур ва хати рост, порча ва нурро тасвир намуда, онҳоро шарҳ диҳед. Ба фикри шумо тарафҳои кадом кунҷ бо ҳам перпендикуляранд?

2. Баъзе хосиятҳои перпендикулярӣ хатҳои рост.

Теорема. *Агар ду хати рости a ва b ба хати рости сеюм c перпендикуляр бошад, он гоҳ онҳо параллеланд (Агар $a \perp c$ ва $b \perp c$, он гоҳ $a \parallel b$).*

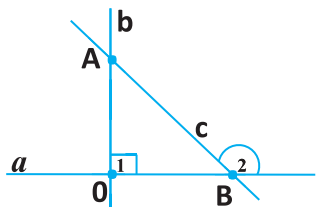


Расми 82

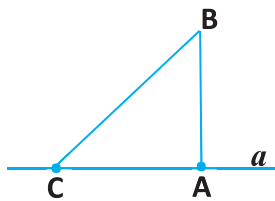
Исбот. Ба расми 82 нигаред. $a \perp c$ буда, $\angle 1 = 90^\circ$ аст. $b \perp c$ буда, $\angle 2 = 90^\circ$ мебошад. Аз ин ҷо: $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ буда, $a \parallel b$ мебошад.

Теорема. *Аз нуқтаи A -и беруни хати рости a ба ин хати рост фақат як хати рости перпендикулярро гузаронидан мумкин аст.*

Исбот. Ба расми 83 нигаред. Аз нуқтаи A хати рости бурандари тарзе месозем, ки бо a кунҷи ростро ташкил диҳад ва онро бо b ишорат мекунем. О-нуқтаи буриш. Фарз мекунем, ки боз ягон хати рости c аз нуқтаи A гузашта ба a перпендикуляр аст. Нуқтаи буриш B аст. Азбаски $c \perp a$, пас $\angle 2 = 90^\circ$ аст. Аз тарафи дигар, $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ -ро ҳосил кардем, ки онҳо кунҷҳои мувофиқанд. Азбаски $\angle 1 = \angle 2$ аст, бинобар ин, бояд $b \perp c$ бошад, вале хатҳои рости параллел ҳамдигарро намебуранд. Азбаски b ва c дар нуқтаи A якдигарро мебуранд, фарзи мо дар бораи аз нуқтаи A гузаштани ду хатҳои рост ба a перпендикуляр нодуруст аст.



Расми 83



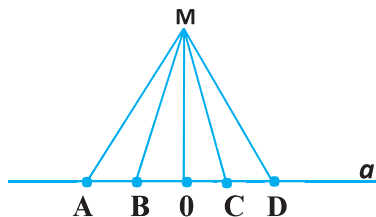
Расми 84

Яъне, аз як нуқта ба хати рост фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст.

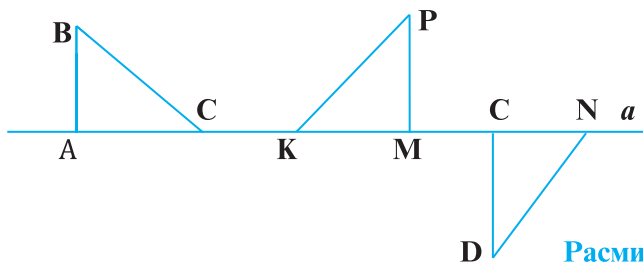
Супориш. Шумо нуқтаи A -ро дар хати рости a интихоб карда, исбот кунед, ки аз он ҳам танҳо як хати рости a перпендикуляр мегузарад.

3. Перпендикуляр ва моил. Барои сохтани порчаҳо ва хатҳои рости перпендикуляр аз асбобе, ки кунчи рост дорад, истифода мебаранд.

Шумо дар расми 84 порчаеро мебинед, ки як нӯгаш дар хати рости a буда, ба он перпендикуляр аст: $AV \perp a$. Порчаи AV ба хати рости a перпендикуляр мебошад. Нуқтаи A асоси перпендикуляр аст. Порчаи BC ҳам бо хати рости a нӯги умумии C -ро дорад, аммо порчаи BC ба хати рости a моил аст. Нуқтаи C -асоси моил мебошад. Порчаи AC (асоси перпендикуляр то асоси моил) проексияи моил дар хати рости a мебошад. Ба расми 85 нигаред. Аз нуқтаи M ба хати рости a як перпендикуляр ва якчанд моилҳо гузаронида шудааст. Аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки аз як нуқтаи беруни хати рост ба он як перпендикуляр ва миқдори бешумори моилҳоро гузаронидан мумкин аст.



Расми 85



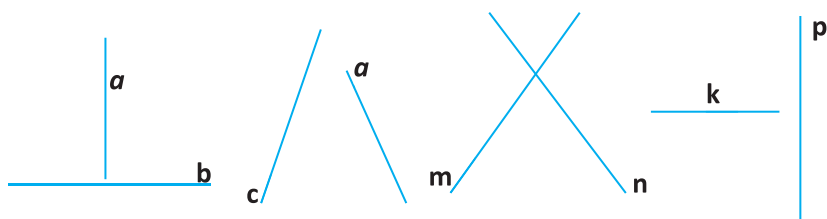
Расми 86

МАСЪАЛАҲО

1. Дар расми 86 перпендикуляр ва моилҳои тасвиршударо номбар кунед.

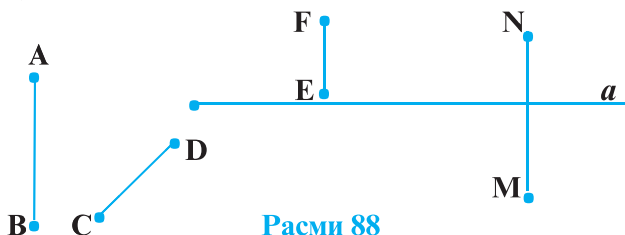
2. Ба воситаи секунҷаи нақшакашӣ: а) аз нуқтаи A -и хати рости a ; б) аз нуқтаи M -и берунаи хати рости a перпендикуляр гузаронед.

3. Кадом хатҳои рости дар расми 87 буда бо ҳамдигар перпендикуляранд?



Расми 87

4. Кадом порчахо ба нури a перпендикулярд (расми 88)?



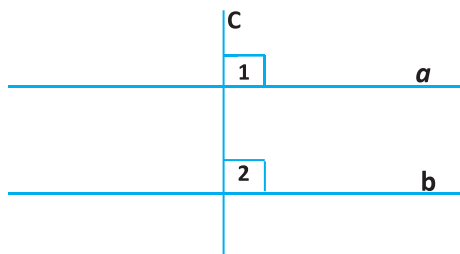
Расми 88

5. Аз нуқтаи M ба хати рости a перпендикуляр ва моил гузаронед. Бо хаткашак дарозии перпендикуляр ва моилро чен карда, онҳоро муқоиса намоед.

6. Дар расми 89 кадом шаклҳо қисмҳои перпендикуляр доранд?



Расми 89



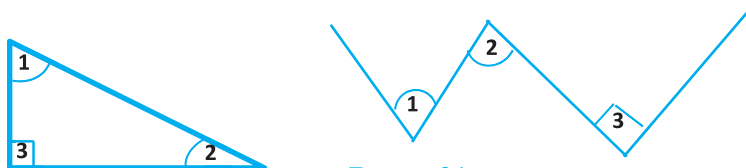
Расми 90

7. Дар расми 90 хатҳои рости a ва b хати рости c -ро буридаанд. Агар $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ бошад, он гоҳ a ва c , b ва c , a ва b чӣ гуна ҷойгиранд?

8. Суммаи чор кунчи дафтаратон ба чанд градус баробар аст?

9. Порчаҳои заринро кашед: $AB \perp BC \perp CD \perp DE \perp EM$. Кадом порчаҳо дар хатҳои рости параллел меҳобанд?

10. Ба расми 91 нигаред, агар $\angle 1 = 30^\circ$, $\angle 2 = 60^\circ$ бошад, суммаи кунҷҳои $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$ -ро ёбед.



Расми 91

11. $a \parallel b$ ва $c \parallel d$ буда, $a \perp c$ аст. Иббот кунед, ки $b \perp d$ мебошад.

САВОЛ ВА СУПОРИШҶО БАРОИ САНҶИШ

1. Кунҷ чист?
2. Намудҳои кунҷ кадомҳоянд?
3. Кунҷҳои ҳамсоҷро таъриф диҳед.
4. Теоремаро дар бораи кунҷҳои ҳамсоҷ баён намоед.
5. Таърифи кунҷи ростро баён карда, чунин кунҷро кашед.
6. Кунҷи кунд чист?
7. Кунҷи тезро кашед ва онро таъриф диҳед.
8. Кунҷи амудӣ чист?
9. Теорема дар бораи кунҷҳои амудиро баён кунед.
10. Кунҷҳои чилликӣ ва яктарафаро таъриф диҳед ва онҳоро созед.
11. Ду кунҷе кашед, ки тарафҳояшон муқобилсамт бошанд.
12. Хатҳои рости перпендикулярро таъриф диҳед.
13. Як хати рост кашед ва ба он порча, нур ва хати рости перпендикуляр гузаронед.
14. Хатҳои перпендикуляр ва моилро созед.
15. Теоремаро дар бораи кунҷҳои тарафҳояшон ҳамсамт баён кунед.
16. Теоремаро дар бораи ду хати рости ба хати рости сеюм перпендикуляр иббот кунед.
17. Биссектрисаи кунҷро таъриф диҳед.
18. Кадом нур кунҷро ба ду қисми баробар тақсим мекунад?
19. Як градус чист?
20. Кадом кунҷҳоро баробар меноманд?
21. $120'$ чанд градус аст?

22. Ду хати рост ҳамдигарро мебуранд ва дар буриш ҳар чор кунҷҳои ҳосилшуда баробаранд. Ин хатҳои рост чӣ гуна ҳастанд?

23. Ду хати рост параллел хати ростии сеюмро буридаанд. Яке аз кунҷҳои ҳосилшуда рост аст. Кунҷҳои дигар чанд градусӣ мебошанд?

24. Аз як нуқта ба хати рост ду нури перпендикуляр гузаронида шудааст. Нуқта нисбат ба хати рост дар кучо меҳобад? Нурҳои сохташуда чӣ гуна ҷойгиранд?

МАСЪАЛАҲО

1. Кунҷҳои ҳамсояро ёбед, агар бузургии градусии онҳо ҳамчун 3:7 нисбат дошта бошад.

Ҳал. Кунҷҳои x ва y ҳамсояанд. Мувофиқи шарти масъала $x : y = 3 : 7$ (расми 92). Аз ин ҷо $x = (3/7)y$. Аз тарафи дигар, $x + y = 180^\circ$, бинобар ин, $(3/7)y + y = 180^\circ$, $10y = 7 \cdot 180^\circ$, $y = 7 \cdot 18^\circ = 126^\circ$, $x = 3 \cdot 18 = 54^\circ$.

Ҷавоб: 54° ва 126° .

2. Агар кунҷҳои ҳамсоя ҳамчун: 2:3; 11:25; 22:23 нисбат дошта бошанд, бузургии градусии онҳоро ёбед.

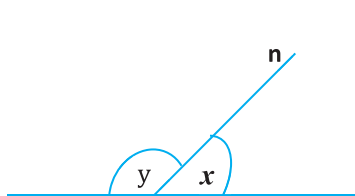
3. Яке аз кунҷҳои ҳамсоя аз дигараш 30° калон аст. Бузургии градусии онҳоро ёбед.

4. Яке аз кунҷи ҳамсоя аз дигараш 3 маротиба калон аст. Бузургии градусии онҳоро ёбед.

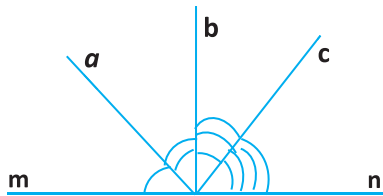
5. Кунҷ ба чанд градус баробар аст, агар суммаи ду кунҷи ба он ҳамсоя ба 120° баробар бошад.

6. Ду хати рост ҳамдигарро мебуранд. Яке аз кунҷҳои дар буриш ҳосилшуда 30° аст. Бузургии се кунҷи дигарро ёбед.

7. Бузургии ҳар кадом кунҷро ёбед, агар суммаи се кунҷи дар буриши ду хати рост ҳосилшуда 210° бошад.



Расми 92



Расми 93

8. Бузургии кунҷро ёбед, агар биссектриса бо яке тарафҳои кунҷи: а) 50° ; б) 60° ; в) 40° -ро ташкил диҳад.

9. Иббот кунед, ки биссектрисаҳои кунҷҳои ҳамсоя перпендикуляранд.

10. Кунҷҳои ҳамсоя ҳамчун $1 : 2$ нисбат доранд. Бузургии ҳар яки онҳоро ёбед.

11. Суммаи ду кунҷи амудӣ ба 130° баробар аст. Бузургии ҳар кадоми онҳоро ёбед.

12. Аз қуллаи кунҷи кушод се нури a, b, c мебароянд. Чор кунҷи ҳосилшуда ҳамчун $1:2:3:4$ нисбат доранд. Бузургии ҳар як кунҷро ёбед.

Ҳал. Бо x кунҷеро, ки бузургиаш ба як ҳисса баробар аст, ишора мекунем (расми 93), он гоҳ $\angle 1 = x, \angle 2 = 2x, \angle 3 = 3x$ ва $\angle 4 = 4x$ мебошад. Аз тарафи дигар, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ, x + 2x + 3x + 4x = 180^\circ; 10x = 180^\circ; x = 18^\circ. \angle 1 = 18^\circ, \angle 2 = 2 \cdot 18^\circ = 36^\circ, \angle 3 = 3 \cdot 18^\circ = 54^\circ, \angle 4 = 4 \cdot 18^\circ = 72^\circ.$

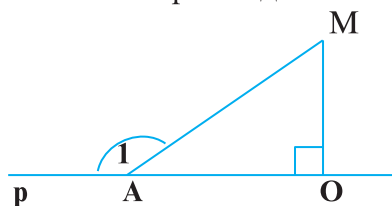
Ҷавоб: $18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ.$

13. Масъалаи 12-ро барои ду нур ва ҳамчун $3 : 7 : 8$ нисбат доштани кунҷҳои ҳосилшуда, ҳал кунед.

14. Ду хати рости параллел, бо хати рост сеюм бурида мешаванд. Фарқи ду кунҷи ҳосилшуда 80° аст. Бузургии 8 кунҷи ҳосилшударо ёбед.

15. Аз хати рост дар нимҳамвориҳои гуногун ду кунҷи ABC ва BCD кашида шудаанд. Агар нуқтаҳои B ва C дар хати рост хобида, нурҳои AB ва CD муқобилсамт бошанд, иббот кунед, ки $\angle ABC = \angle BCD$ аст.

16. Аз нуқтаи M ба хати рости p перпендикуляри MO ва моили MA -ро гузарониданд (расми 94). Агар $\angle 1 = 130^\circ$ бошад, $\angle MOA + \angle MAO$ -ро ёбед.



Расми 94

17. Аз нуқтаи M ва K ба хати рости p моилҳои MA ва KA -ро гузарониданд. Маълум аст, ки $MA \perp KA$. Агар моилҳо бо хати рост кунҷҳои баробарро ташкил диҳанд, бузургии ин кунҷҳоро ёбед.

18. Аз нуқтаи М ва К ба хати рости p моилҳои $MA \parallel KA_1$ -ро гузарониданд. Иббот кунед, ки моилҳо бо хати рост кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд.

19. Хатҳои рости a ва b параллеланд. Аз нуқтаҳои А ва В-и хати рости a ба хати рости b перпендикулярҳои AA_1 ва BB_1 -ро гузарониданд. Иббот кунед, ки $AA_1 \parallel BB_1$ мебошад.

20. Хатҳои рости a ва b параллел буда, нуқтаҳои К ва М дар хати рости b меҳобанд. Аз ин нуқтаҳо ба хати рости a моилҳои MA ва KB гузаронида шудаанд. Агар $MA \parallel KB$ бошад, иббот кунед, ки онҳо бо хати рости b кунҷҳои баробарро ташкил мекунанд.

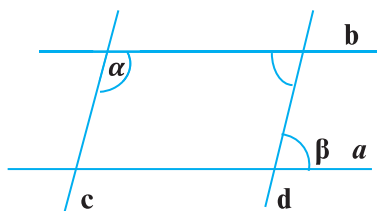
21. Иббот кунед, ки кунҷҳои тарафҳояшон мувофиқан перпендикуляр, баробаранд.

22. Иббот кунед, ки агар a, b, c хатҳои рости буда, $a \perp b$ ва $b \perp c$ бошанд, он гоҳ $a \parallel c$ аст.

23. Иббот кунед, ки агар a, b, c хатҳои рости буда, $a \perp b$, $b \perp c$ ва $c \perp d$ бошанд, он гоҳ $a \perp d$ ва $b \perp d$ аст.

24. Дар расми 95 хатҳои рости параллели a ва b хатҳои рости параллели c ва d -ро мебуранд. Агар кунҷи α ба 120° баробар бошад, кунҷи β -ро ёбед.

25. Дар расми масъалаи 24, агар $\alpha - \beta = 80^\circ$ бошад, кунҷҳои α ва β -ро ёбед.



Расми 95

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

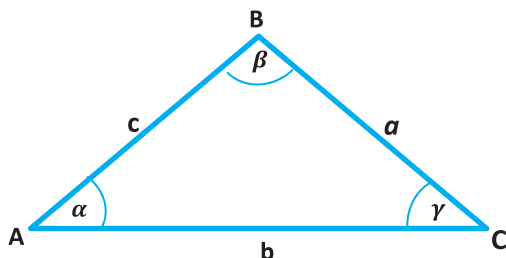
1. Хатҳои рости перпендикулярро таъриф дода, онҳоро дар шаклҳои гуногун нишон диҳед.
2. Оид ба хатҳои рости перпендикуляр аз муҳит мисолҳо оред.
3. Хосиятҳои перпендикулярӣ хатҳои ростро шарҳ диҳед.
4. Дар кадом ҳолат хати ростро моил меноманд?

ФАСЛИ Ш

СЕКУНЧАҶО

§1. СЕКУНЧА. СУММАИ КУНҶҶОИ ДАРУНИИ СЕКУНЧА

1. Мафхуми секунча. Дар ҳамворӣ се нуқтаи А, В ва С-ро нишона кунед. Нуқтаҳо метавонанд дар як хати рост хобанд ва метавонанд дар як хати рост нахобанд. Агар се нуқтаи дар як хати рост нахобандаро ба воситаи порчаҳо пайваст кунем, секунча ҳосил мешавад.



Расми 96

Таъриф. *Секунча шакли геометрие мебошад, ки аз се нуқтаи дар як хати рост нахобанда ва порчаҳои онҳоро ҷуфт-ҷуфт пайвасткунанда иборат аст.*

Дар расми 96 секунчаи ABC тасвир ёфтааст. Ибораи «секунчаи ABC»-ро ин тавр менависанд: $\triangle ABC$. Нуқтаҳои А, В, С қуллаҳо ва порчаҳои АВ, ВС, АС тарафҳои секунча мебошанд. Секунча се кунҷ: $\angle A$, $\angle B$ ва $\angle C$ -ро дорад. Дар секунча тарафҳоро баъзан бо ҳарфҳои a , b , c ишора мекунанд.

Дар ин ҳолат тарафҳо, бо ҳарфи хурди ишораи кунҷи муқобили онҳо ишора карда мешаванд, яъне $CB = a$, $AB = c$, $AC = b$.

Дар секунча кунҷҳоро ин тавр ишора мекунанд:

$$\angle A = \angle BAC = \alpha, \angle B = \angle ABC = \beta \text{ ва } \angle C = \angle ACB = \gamma.$$

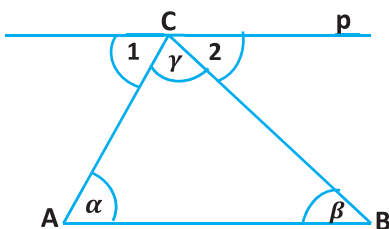
Таъриф. *Дар секунча суммаи тарафҳоро периметр меноманд: $p = AB + BC + AC = a + b + c$.*

2. Суммаи кунҷҳои дарунии секунча

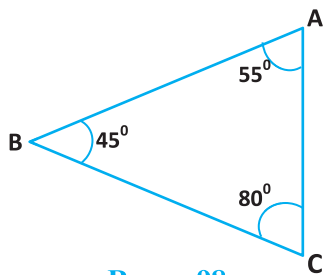
Теорема. *Суммаи кунҷҳои дарунии секунча ба 180° баробар аст.*

Исбот. Ба расми 97 нигаред. Бояд $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ бошад. Азбаски $AB \parallel p$ аст, кунҷи α ва $\angle 1$, кунҷи β ва $\angle 2$ кунҷҳои

чиликии дохилианд. Аз тарафи дигар, $\angle 1 + \gamma + \angle 2 = 180^\circ$ аст. Инак, $\alpha + \beta + \gamma = \angle 1 + \angle 2 + \gamma = 180^\circ$; яъне $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.



Расми 97



Расми 98

Масъала: 1) Оё секунчае вучуд дорад, ки кунҷҳояш 30° , 100° ва 40° бошад.

Ҳал. $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 100^\circ$, $\gamma = 40^\circ$, $\alpha + \beta + \gamma = 30^\circ + 100^\circ + 40^\circ = 170^\circ$, $170^\circ < 180^\circ$, пас чунин секунча вучуд надорад. Шумо вучуд доштан ё надоштани секунчаро барои мавриди: 1) 30° , 100° , 50° , 2) 1° , 89° , 90° , 3) 40° , 100° , 40° ; 4) 120° , 20° , 40° санҷед.

2) Дар секунча $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 40^\circ$ мебошад. Кунҷи сеюмро ёбед.

Ҳал. $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (30^\circ + 40^\circ) = 110^\circ$.

Ҷавоб: 110° .

3. Намудҳои секунча

А) Ба расми 98 нигаред. Дар он секунчае тасвир ёфтааст, ки $\angle A = 55^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ мебошад. Маълум аст, ки ҳар се кунҷ тез ҳастанд.

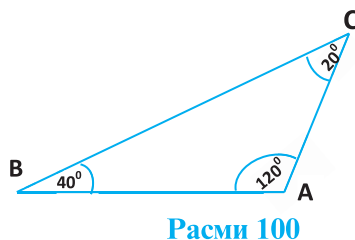
Таъриф. *Секунчае, ки ҳар се кунҷаш тез аст, секунҷаи тезкунҷа ном дорад.*

Дар расми 99 секунчае тасвир ёфтааст, ки фақат як кунҷаш рост аст, ду кунҷи дигараш ($\angle A$ ва $\angle B$) тез мебошанд.

Таъриф. *Секунчае, ки як кунҷи рост дорад, секунҷаи росткунҷа номида мешавад.*

Дар секунҷаи росткунҷа тарафи муқобили кунҷи рост хобида **гипотенуза** ном дорад; тарафҳое, ки кунҷи ростро ташкил менамоянд, **катетҳо** номида мешаванд.

Теорема. *Дар секунҷаи росткунҷа суммаи ду кунҷи тез ба 90° баробар аст.*



Исбот. Ба расми 99 нигаред: $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ ва $\angle B$ тезанд. Азбаски $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ мебошад, пас $\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$; $\angle A + \angle B = 90^\circ$ мешавад.

Супоришҳо

Дар секунча $\angle C$ рост ва $\angle A$, $\angle B$ тезанд. Яке аз кунҷҳои тезро ёбед, агар: 1) $\angle A = 30^\circ$; 2) $\angle B = 70^\circ$; 3) $\angle A = 85^\circ$; 4) $\angle B = 40^\circ$; 5) $\angle A = 80^\circ$; 6) $\angle B = 55^\circ$ бошад.

В) Ба расми 100 нигаред. Дар он $\angle A = 120^\circ$ -кунҷи кунд. $\angle B = 40^\circ$ -тез, $\angle C = 20^\circ$ -тез. Ин секунча фақат як кунҷи кунд дорад.

Таъриф. Секунчае, ки як кунҷаш кунд аст, секунҷаи кундкунҷа номида мешавад.

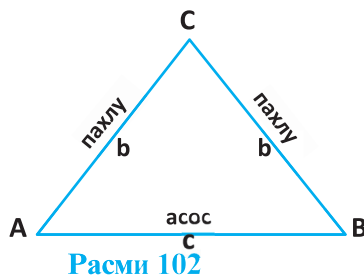
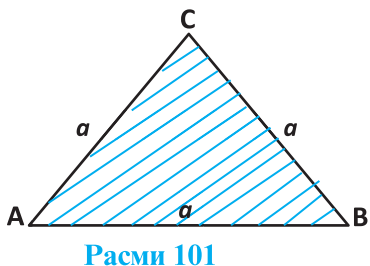
Супоришҳо

Аз рӯйи кунҷҳои додашуда намуди секунҷаро муайян кунед.

- 1) $\angle A = 10^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 100^\circ$;
- 2) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$;
- 3) $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 30^\circ$;
- 4) $\angle A = 130^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, $\angle C = 30^\circ$;
- 5) $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$;
- 6) $\angle A = \angle B = 84^\circ$, $\angle C = 12^\circ$.

В) Ба расми 101 нигаред. Дар он секунчае тасвир ёфтааст, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд: $AB = BC = AC = a$.

Таъриф. Секунчае, ки ҳар се тарафҳояш баробаранд, секунҷаи баробартараф ном дорад.



Баъзан секунҷаи баробартарафро секунҷаи мунтазам мегӯянд.

Г) Ба расми 102 нигаред. Шумо секунҷаеро мебинед, ки ду тарафи баробар дорад: $AC = BC = b$.

Таъриф. *Секунҷае, ки ду тарафи баробар дорад, секунҷаи баробарпахлу номида мешавад.*

Дар секунҷаи баробарпахлуи ABC : $AC = BC = b$ пахлуҳо ва $AB = c$ асос ном дорад. $\angle C$ -ро кунҷи назди кулла мегӯянд.

Ғ) Ба расми 103 нигаред. Секунҷае тасвир ёфтааст, ки тарафҳои баробар надорад, яъне $a \neq b \neq c$.

Таъриф. *Секунҷае, ки тарафҳои баробар надорад, секунҷаи гуногунтараф номида мешавад.*

Инак, шумо ба шаш намуди секунҷаҳо шинос шудед. Секунҷаҳо аз рӯи бузургии кунҷҳояшон ба се намуд ва аз рӯи дарозии муқоисавии тарафҳояшон низ ба се намуд ҷудо мешудаанд: секунҷаҳои тезкунҷа, росткунҷа, кундкунҷа ва секунҷаҳои баробартараф, баробарпахлу, гуногунтараф.

Машқ. Агар дар секунҷа дарозии тарафҳо маълум бошанд, намуди секунҷаро муайян кунед: 1) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 8$ см; 2) $a = 7$ см, $b = 7$ см, $c = 7$ см; 3) $a = 30$ м, $b = 40$ м, $c = 30$ м; 4) $AB = 5$ дм, $BC = 10$ дм, $AC = 12$ дм; 5) $AB = 4,5$ см, $BC = 6,5$ см, $AC = 9$ см; 6) $AB = 18$ мм, $BC = 13$ мм, $AC = 24$ мм.

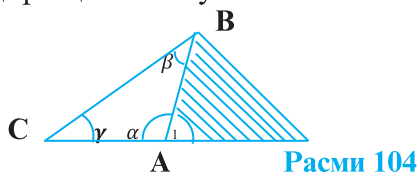
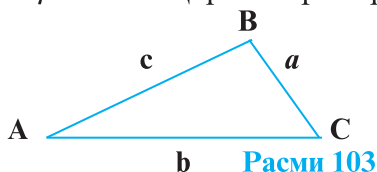
4. Кунҷи берунии секунҷа. Ба расми 104 нигаред. Дар он $\angle 1$ ба $\angle \alpha$ ҳамсоя мешавад.

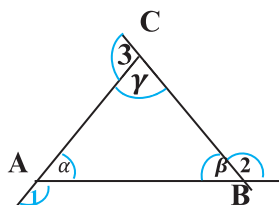
Таъриф. *Кунҷе, ки ба кунҷи дохилии секунҷа ҳамсоя аст, кунҷи берунии секунҷа ном дорад.*

Дар расми 104 кунҷи 1 кунҷи берунии секунҷа аст.

Теоремаи 1. *Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа, ки дар ҳар қулла яктогӣ гирифта шудаанд, ба 360° баробар аст.*

Исбот. Дар расми 105 бояд $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ бошад. Ба мо маълум аст, ки $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\angle 1$ ба α , $\angle 2$ ба β , $\angle 3$ ба γ ҳамсояанд, аз ин ҷо $\angle 1 + \alpha = 180^\circ$, $\angle 2 + \beta = 180^\circ$, $\angle 3 + \gamma = 180^\circ$. Ҳар се баробариҳоро ҷамъ мекунем:





Расми 105

$$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\alpha + \beta + \gamma) = 540^\circ; (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + 180^\circ = 540^\circ;$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ.$$

Инак, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$.

Теоремаи 2. Кунчи берунии секунча, ба суммаи ду кунчи дарунии ба он ҳамсоя набуда баробар аст.

Исбот: Ба расми 105 нигаред. Бояд $\angle 1 = \beta + \gamma$ бошад. Ба мо маълум аст, ки $\angle 1$ ва α ҳамсояанд, аз ин рӯ $\angle 1 + \alpha = 180^\circ$, $\angle 1 = 180^\circ - \alpha$. Аз тарафи дигар, $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, $\beta + \gamma = 180^\circ - \alpha$. Ҳамин тариқ, $\angle 1 = \beta + \gamma$.

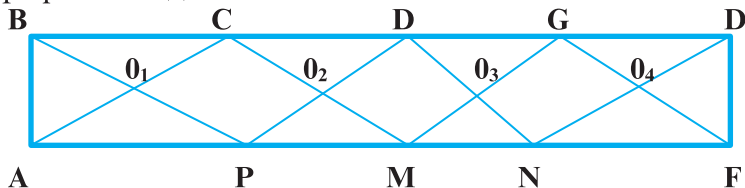
Супоришҳо

- 1) Теоремаи 2-ро барои кунҷҳои 2 ва 3 исбот намоед.
- 2) Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои берунӣ 150° аст. Кунҷҳои тези секунҷаро ёбед.
- 3) Оё кунчи берунии секунча ба 180° баробар шуда метавонад?
- 4) Кунчи дохилии назди асоси секунҷаи баробарпахлу ба 30° баробар аст. Ҳамаи кунҷҳои дохилӣ ва беруниро ёбед.

МАСЪАЛАҲО

1. Дар расми 106 чандто секунча мавҷуд аст? Онҳоро номбар кунед.

2. Секунҷаи кундкунҷаи СРК-ро кашед, кунҷҳо ва тарафҳои онро номбар кунед. Бо ёрии кунҷченкунак ва хаткашак муайян кунед, ки муқобили кунчи калон кадом тараф меҳобад.



Расми 106

3. Кунҷҳои секунҷа ҳамчун $2 : 3 : 5$ нисбат доранд. Бузургии кунҷҳои секунҷаро ёбед.

4. Иббот кунед, ки секунҷа ду кунҷи рост надорад.

5. Иббот кунед, ки секунҷа ду кунҷи кунд надорад.

6. Иббот кунед, ки секунҷа як кунҷи рост ва як кунҷи кунд надорад.

7. Дар расми 107 $\angle A = 30^\circ$ ва $\angle B = 40^\circ$ аст. Агар $A_1B_1 \parallel AB$ бошад, кунҷҳои секунҷаи A_1B_1C -ро ёбед.

8. Агар дар секунҷа $\angle A + \angle B = 90^\circ$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?

9. Дар секунҷаи росткунҷа яке аз кунҷҳои тез аз дигараш 20° калон аст. Кунҷҳои секунҷаро ёбед.

10. Дар секунҷаи ABC $\angle A = \angle B = \angle C$ мебошад. Кунҷҳои секунҷа чанд градусианд?

11. Дар секунҷаи росткунҷа кунҷҳои тези дарунӣ ҳамчун $1 : 2$ нисбат доранд. Бузургии кунҷҳоро ёбед.

12. Агар $a = 4$ см, $b = 5$ см ва $c = 8$ см бошад, периметри секунҷаро ёбед.

13. Агар дар секунҷа $a < b < c$ бошад, вай чӣ гуна секунҷа аст?

14. Периметри секунҷаи баробарпахлу 54 см аст. Агар тарафҳои секунҷа чун $2 : 2 : 5$ нисбат дошта бошанд, ин тарафҳоро ёбед.

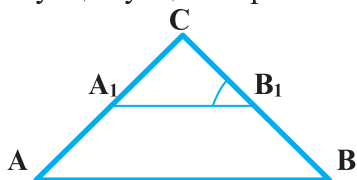
15. Дар секунҷаи баробартараф периметр ба 60 м баробар аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

16. $\triangle ABC$ баробарпахлу мебошад. Агар тарафи AB аз BC 20 см дароз буда, периметри секунҷа 100 см бошад, тарафҳои секунҷаро ёбед.

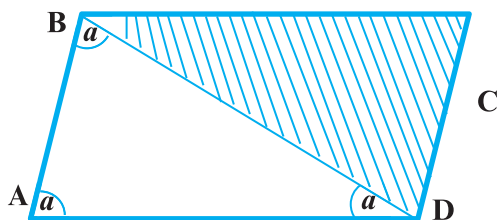
17. Агар ду кунҷи секунҷа ба 30° ва 80° баробар бошанд, кунҷҳои берунии секунҷаро ёбед.

18. Дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дохилии ба он ҳамсоя набуда 2 маротиба калон аст. Агар кунҷҳои ба ин кунҷ ҳамсоя набудаи секунҷа баробар бошанд, кунҷҳои секунҷаро ёбед.

19. Биссектрисаи кунҷи берунии секунҷа бо тарафи секунҷа кунҷи 30° -ро ташкил медиҳад. Агар фарқи ду кунҷи



Расми 107



Расми 108

секунча, ки ба тарафи BC часпидаанд 20° бошад, кунҷҳои секунҷаро ёбед (биссектрисаро аз қуллаи A гузаронед).

20. Кунҷҳои шакли дар расми 108 тасвирёфтаре ёбед, агар $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ буда, $\triangle ABD$ се кунҷи баробарро дошта бошад.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳо ҷавоб диҳед ва супоришхоро иҷро кунед:**

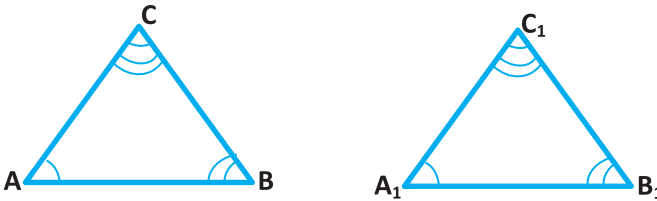
1. Секунҷаро бо тарзҳои гуногун таъриф диҳед.
2. Секунҷахоро тасвир намуда, онҳоро номгузорӣ намоед.
3. Аз муҳит оид ба намудҳои гуногуни секунҷа мисолҳо оред.
4. Суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа ба чанд градус баробар аст? Онро исбот намоед.
5. Суммаи кунҷҳои берунаи секунҷа ба чанд градус баробар аст? Онро исбот намоед.

§2. АЛОМАТҲОИ ЯКУМ ВА ДУЮМИ БАРОВАРИИ СЕКУНҶАҲО

1. Таърифи бароварии секунҷаҳо

Дар расми 109 ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ тасвир ёфтаанд. Дар ин секунҷаҳо тарафҳо ва кунҷҳои мувофиқ бо ҳам баробаранд:

$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.



Расми 109

Таъриф. Ду секунҷа баробар номида мешаванд, агар тарафҳо ва кунҷҳои мувофиқи баробар дошта бошанд.

Агар $\left\| \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \quad \angle A = \angle A_1 \\ AB = A_1B_1 \quad \text{ва} \quad \angle B = \angle B_1 \\ AC = A_1C_1 \quad \angle C = \angle C_1 \end{array} \right\|$ бошад, он гоҳ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Масъала. 1. Ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ баробаранд. Агар $AB = 4$ см, $B_1C_1 = 5$ см, $AC = 7$ см ва $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 80^\circ$ бошад, қисмҳои номаълуми ҳар ду секунҷаро ёбед.

Ҳал. Аз баробарии секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ бармеояд, ки

$$\angle A_1 = \angle A = 60^\circ, \angle A_1 = 60^\circ;$$

$$A_1B_1 = AB = 4 \text{ см}, A_1B_1 = 4 \text{ см};$$

$$BC = B_1C_1 = 5 \text{ см}, BC = 5 \text{ см ва } \angle B = \angle B_1 = 40^\circ, \angle B = 40^\circ;$$

$$A_1C_1 = AC = 7 \text{ см}, A_1C_1 = 7 \text{ см}; \angle C = \angle C_1 = 80^\circ, \angle C_1 = 80^\circ.$$

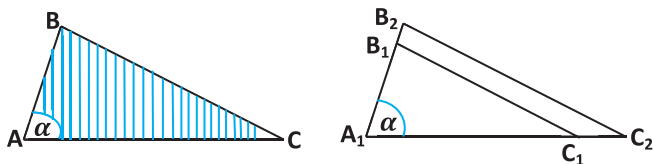
2. Дар ҳолати $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, $\angle A = 50^\circ$, $AB = 10 \text{ м}$, $\angle B = 60^\circ$, $AC = 20 \text{ м}$ будан, тарафҳо ва кунҷҳои $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ёбед.

2. Аломати якуми баробарии секунҷаҳо

Теорема. Агар ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо хобидаи як секунҷа мувофиқан ба ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо хобидаи секунҷаи дигар баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Агар $\left\| \begin{array}{l} AB = A_1B_1 \\ AC = A_1C_1 \\ \angle A = \angle A_1 \end{array} \right\|$ бошад, он гоҳ $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Исбот. Ду секунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ -ро месозем (расми 110).

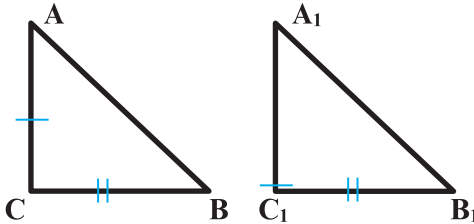


Расми 110

Тарафҳои секунҷаи $A_1B_1C_1$ -ро ба нурҳои A_1C_1 ва A_1B_1 табдил медиҳем. Кунҷи A -ро бо кунҷи A_1 ҳамчоя мекунем. Азбаски $\angle A = \angle A_1 = \alpha$ аст, нури AC ба A_1C_1 ва нури AB ба A_1B_1 ҳамчоя мешавад. Бигзор нуқтаҳои B ва C вазъияти нуқтаҳои B_2 ва C_2 -ро ишғол намоянд, он гоҳ $\triangle A_1B_2C_2 = \triangle ABC$ мешавад. Аз $AC = A_1C_1$ ва $AC = A_1C_2$ бармеояд, ки $A_1C_1 = A_1C_2$ буда, нуқтаҳои C_1 ва C_2 болои ҳам меафтанд. Аз $AB = A_1B_1$ ва $AB = A_1B_2$ бармеояд, ки $A_1B_1 = A_1B_2$ буда, нуқтаҳои B_1 ва B_2 ҳамчоя мешаванд. Аз $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_2C_2$ ва $\triangle ABC = \triangle A_1B_2C_2$ хулоса бароварда навиштан мумкин аст: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Масъала. Секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, катетҳои мувофиқан баробар доранд. Иббот кунед, ки онҳо баробаранд (расми 111).

Иббот. Бигзор $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ бошад. Тасдиқ кардан лозим аст, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$. Аз шарти масъала хулоса мебарояд, ки ду тараф ва кунҷи дар байни ин тарафҳо хобидаи ҳар ду секунҷа мувофиқан баробаранд.



Расми 111

Аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар катетҳои мувофиқан баробар дошта бошанд.

3. Аломати дуҷони баробарии секунҷаҳо

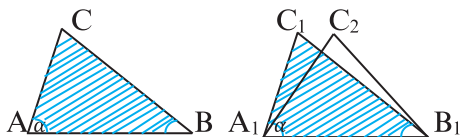
Теорема. Агар як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи як секунҷа мувофиқан ба як тараф ва ду кунҷи ба ин тараф часпидаи секунҷаи дигар баробар бошанд, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Маълум. $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$, $\angle B = \angle B_1 = \beta$.

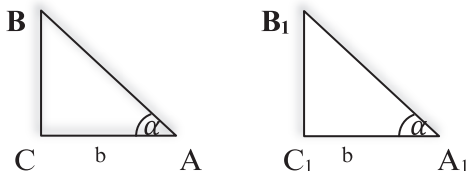
Маълум. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 112).

Иббот: Порчаи A_1B_1 -ро ба хати рост табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунем. Азбаски $AB = A_1B_1$ аст, мо онҳоро ҳамчун карда, $\triangle ABC$ -ро дар нимҳамвории $\triangle A_1B_1C_2$ ҷойгир мекуноним ва бигзор ҳолати $\triangle A_1B_1C_2$ -ро ишғол намояд. $\angle A_1 = \angle A_2 = \alpha$ аст, пас нури A_1C_2 бо нури AC_1 ҳамчун мешавад. $\angle B_1 = \angle B_2 = \beta$, аз ин ҷо мебарояд, ки нури B_1C_2 бо нури B_1C_1 ҳамчун мешавад. Нуқтаи C_2 , ки буриши нуриҳои A_1C_2 ва B_1C_2 буд, ба нуқтаи C_1 -и буриши нуриҳои A_1C_1 ва B_1C_1 ҳамчун хоҳад шуд. Аз ин ҷо $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_1C_2$ мебошад. Аз баробарии $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_1B_1C_2$ бармеояд, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад.

Масъала. Ду секунҷаи росткунҷа яктоӣ катет ва кунҷи тези мувофиқан баробар доранд. Исбот кунед, ки ин секунҷаҳо баробаранд.



Расми 112



Расми 113

Исбот. Бигзор $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ секунҷаҳои росткунҷа буда, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AC = A_1C_1 = b$, $\angle A = \angle A_1 = \alpha$ бошанд (расми 113). Исбот мекунем, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мебошад. Ба тарафи AC , $\angle A$ ва $\angle C$, ба тарафи A_1C_1 , $\angle A_1$ ва $\angle C_1$ часпидаанд, аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мебошад.

Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷа баробаранд, агар онҳо катет ва яктоӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд.

Масъала. Исбот кунед, ки агар ду секунҷаи росткунҷа гипотенуза ва яктоӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.

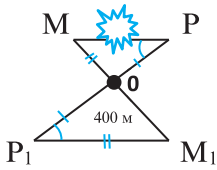
Исбот. Дода шудааст: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1 = 90^\circ$, $AB = A_1B_1$ ва $\angle A = \angle A_1 = \alpha$. Исбот мекунем, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

Маълум аст, ки $\angle A + \angle B = 90^\circ$, $\alpha + \angle B = 90^\circ$, $\angle B = 90^\circ - \alpha$. Аз тарафи дигар, $\angle A_1 + \angle B_1 = 90^\circ$, $\alpha + \angle B_1 = 90^\circ$, $\angle B_1 = 90^\circ - \alpha$. Аз ин рӯ, $\angle B = \angle B_1$. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$ яктоӣ тарафҳои $AB = A_1B_1$ маълуманд. Аз ин рӯ, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

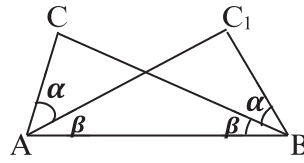
Натиҷа. Ду секунҷаи росткунҷае, ки гипотенуза ва кунҷҳои тези мувофиқан баробар доранд, бо ҳам баробаранд.

МАСЪАЛАҲО

1. Порчаҳои AB ва CD дар нуктаи O ҳамдигарро бурида, ба ду ҳиссаи баробар тақсим мешаванд. Исбот кунед, ки $\triangle AOC = \triangle BOD$ мебошад.



Расми 114



Расми 115

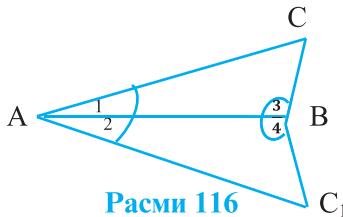
2. Дар масъалаи 1 исбот кунед, ки $AC \parallel BD$ аст.
3. Дар масъалаи 1 исбот кунед, ки $\triangle COB = \triangle AOD$ мебошад.
4. Дар масъалаи 1 исбот кунед, ки $AD \parallel CB$ аст.
5. Дар масъалаи 1, агар $AB = 10$ см бошад, BD -ро ёбед.
6. Дар байни нуктаҳои M ва P (расми 114) монеае мавҷуд аст. Агар $OP = OP_1$, $OM = OM_1$ ва $M_1P_1 = 400$ м бошанд, масофаи MP -ро ёбед.

7. Дар расми 115 секунҷаҳои ABC ва ABC_1 тарафи умумии AB -ро доранд. Агар $\angle CAB = \angle C_1BA = \alpha$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle C_1BA$ мебошад.

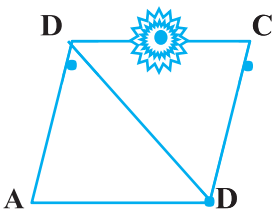
8. Ду секунҷаи MOP ва M_1OP_1 куллаи умумии O -ро доранд. Агар $OP = OP_1$ буда, $\angle P = \angle P_1$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle MOP = \triangle M_1OP_1$ аст (расми 114).

9. Дар секунҷаҳои ABC ва $A_1B_1C_1$: $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $\angle B = \angle B_1 = 50^\circ$ ва $AB = A_1B_1$ мебошанд. Агар $AC = 20$ см бошад, A_1C_1 -ро ёбед.

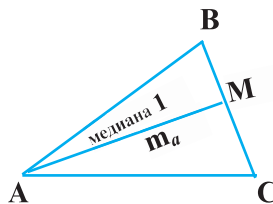
10. Нуктаи M дар тарафи AC ва нуктаи P дар тарафи BC хобида, $AM = BP$ ва $\angle MAB = \angle PBA$ мебошад. Исбот кунед, ки $AP = BM$ аст.



Расми 116



Расми 117



Расми 118

11. Дар расми 116, $\angle 1 = \angle 2$ ва $\angle 3 = \angle 4$ буда, $AC = 50$ м аст. Масофаи AC_1 -ро ёбед.

12. Дар расми 116, агар $CB = 40$ м бошад, масофаи BC_1 -ро ёбед.

13. Дар расми 117, $AB \parallel DC$ ва $AD \parallel BC$ мебошад. Искот кунед, ки $\triangle ABD = \triangle CDB$.

14. Дар масъалаи 13, агар дар байни нуқтаҳои D ва C монеае мавҷуд бошад, масофаи AB ба 200 м баробар бошад, дарозии DC -ро ёбед.

15. Агар секунҷаҳои росткунҷаи ABC ва ABC_1 баробар бошанд, искот кунед, ки $\triangle ACB = \triangle BC_1A$ мебошад.

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
ба саволҳои ҷавоб диҳед ва супоришҳоро иҷро кунед:

1. Секунҷаҳо дар кадом маврид баробар мешаванд? Таърифиҳои гуногун диҳед.
2. Аломати якуми баробарии секунҷаҳо дар сохтанҳои нишон диҳед.
3. Аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳо дар сохтанҳои нишон диҳед.

§3. МЕДИАНА, БИСЕКТРИСА ВА БАЛАНДИИ СЕКУНҶА

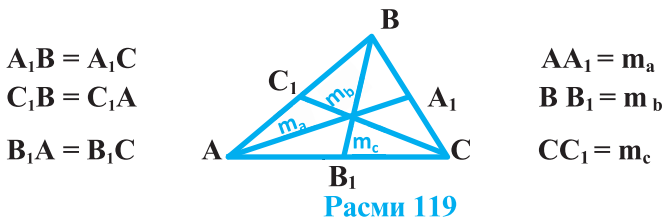
1. Ба расми 118 нигаред. Порчаи AM қуллаи секунҷаро ба миёнаҷойи тарафи муқобил пайваст кардааст.

Таъриф. *Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба миёнаҷойи тарафи муқобил пайваст мекунад, медианаи секунҷа номида мешавад.*

Агар медиана аз қуллаи A гузаронида шуда бошад, онро бо m_a ишора мекунанд. Чунин медианаҳо аз қуллаҳои B ва C гузаронидан мумкин аст. Ҳар як секунҷа се медиана дорад: m_a , m_b , m_c (расми 119).

2. Ба расми 120 нигаред. Аз қуллаи A ба давоми тарафи BC перпендикулярҳои AN фароварда шудааст.

Таъриф. *Порчае, ки аз қуллаи секунҷа ба тарафи он ё ба давоми тарафи он перпендикуляр фароварда шудааст, баландии секунҷа ном дорад.*



Баландии секунҷаро, ки аз қуллаи А фароварда шудааст, бо h_a ишора мекунанд. Ҳар як секунҷа се баландӣ дорад, онҳо мувофиқан бо h_a, h_b, h_c ишора карда мешаванд (расми 120).

3. Таъриф. Порчае, ки қуллаи секунҷаро ба ягон нуқтаи тарафи муқобил пайваस्त карда, кунҷи секунҷаро ба ду қисми баробар тақсим мекунад, биссектрисаи секунҷа ном дорад.

Ҳар як секунҷа се биссектриса дорад. Дар расми 121 порчаҳои AA_1, BB_1 ва CC_1 биссектрисаҳо мебошанд.

Дар расми 122 аз қуллаи А-и $\triangle ABC$ биссектриса, медиана ва баландӣ гузаронида шудааст. Ин порчаҳо дар баъзе секунҷаҳо якхела буда, дар баъзеи дигарашон аз ҳамдигар фарқ мекунанд.

МАСЪАЛАҲО

1. Секунҷаи тезкунҷаи МКР-ро кашада, дар он медиана, биссектриса ва баландиро аз нуқтаи М гузаронед.

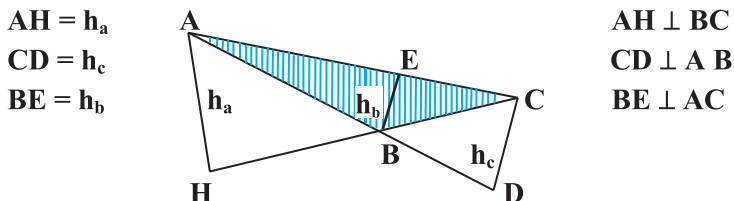
2. Секунҷаи росткунҷа кашед, аз се қулла баландихоро гузаронед. Баландихо ҳамдигарро дар кадом нуқта мебуранд?

3. Секунҷаи кундкунҷа кашед ва дар он ҳар се биссектрисаро гузаронед.

4. Секунҷаи ихтиёрӣ кашада, ҳар се баландии онро гузаронед.

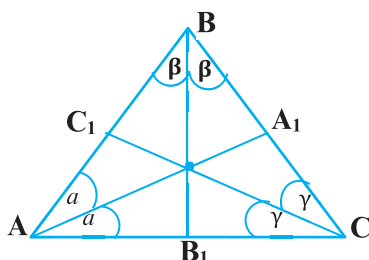
Ин баландихоро ба хати рост табдил диҳед. Онҳо дар чанд нуқта бурида мешаванд?

5. Секунҷа кашед ва дар он ҳар се медианахоро гузаронед.

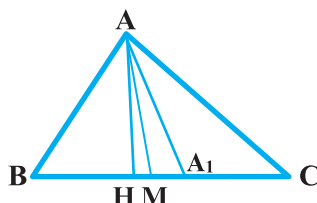


Расми 120

Расми 121



$$\begin{aligned} AA_1 &= l_a \\ BB_1 &= l_b \\ CC_1 &= l_c \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} AH &= h_a \\ AA_1 &= \ell_a \\ AM &= m_a \end{aligned}$$

Расми 122

Медианаҳо дар чанд нуқта ҳамдигарро мебуранд?

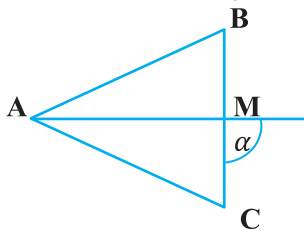
6. Секунҷае кашед. Ҳар се биссектрисаро гузаронед.

Биссектрисаҳо дар чанд нуқта ҳамдигарро мебуранд.

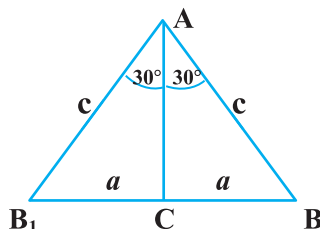
7. Дар кадом секунҷа медианаҳо, баландиҳо ва биссектрисаҳои аз қуллаи дилҳо гузаронидашуда якхелаанд.

8. Иббот кунед, ки медианаи секунҷаи баробарпахлу, ки ба асос фароварда шудааст, онро ба ду қисми баробар тақсим мекунад.

9. Дар расми 123 AM биссектрисаи секунҷаи ABC буда, $\alpha = 90^\circ$ аст. Иббот кунед, ки $\triangle ABM = \triangle ACM$ мебошад.



Расми 123



Расми 124

10. Иббот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа катети муқобили кунҷи 30° ба нисфи гипотенуза баробар аст.

Маълум: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$ (расми 124).

Матлуб: $a = \frac{c}{2}$, ё $BC = \frac{AB}{2}$.

Исбот. Аз нуқтаи С порчаи $CB_1 = CB$ -ро месозем. $BB_1 = 2a$ мешавад. Аз баробариҳои $B_1C = BC = a$ бармеояд, ки $\triangle AB_1C = \triangle ABC$ буда, $AB = AB_1 = c$ мебошад. $\angle B_1AB = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$. $\triangle ABB_1$ секунҷаи баробартараф аст. $AB = AB_1 = BB_1$, $BB_1 = AB$; $2a = c$ ва $a = \frac{c}{2}$, яъне $BC = \frac{AB}{2}$ мебошад.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷаро дар соҳтанҳо нишон диҳед.
2. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷаро таъриф дода, онҳоро аз рӯи шаклҳои сохташуда шарҳ диҳед.

**§ 4. ХОСИЯТҲОИ СЕКУНҶАИ
БАРОБАРПАҲЛУ**

Теоремаи 1. *Дар секунҷаи баробарпаҳлу кунҷҳои назди асос баробаранд.*

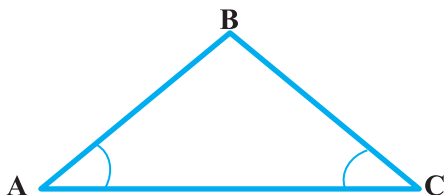
Исбот. Фарз мекунем, ки ABC секунҷаи баробарпаҳлуи асосаш AC мебошад (расми 125). Исбот мекунем, ки дар ин секунҷа $\angle A = \angle C$ аст. Мувофиқи аломати якуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи BAC ба секунҷаи BCA баробар аст. Дар ҳақиқат, $AB = BC$, $BC = AB$, $\angle B = \angle B$ аст. Аз баробарии ин секунҷаҳо бармеояд, ки $\angle A = \angle C$ аст. Теорема исбот шуд.

Теоремаи 2. *Агар дар секунҷа ду кунҷ баробар бошанд, он гоҳ вай баробарпаҳлу аст.*

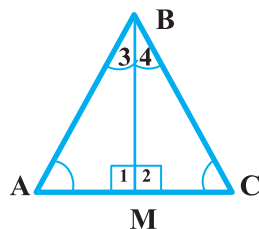
Исбот. Фарз мекунем, ки дар ABC кунҷҳои A ва C ба ҳамдигар баробаранд (расми 126). Нишон медиҳем, ки $AB = BC$ аст. Мувофиқи аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳо секунҷаи ACB ба секунҷаи CAB баробар аст. Ҳақиқатан, $AC = CA$, $\angle C = \angle A$, $\angle A = \angle C$ аст. Аз баробарии секунҷаҳо бармеояд, ки $AB = BC$ аст.

Теоремаи 2 ба теоремаи 1 баръакс мебошад. Хулосаи теоремаи 1 шарти теоремаи 2 аст. Шарти теоремаи 1 бошад, хулосаи теоремаи 2 аст. Оянда ҳангоми омӯзиши геометрия чандин маротиба чунин теоремаҳоро мушоҳида менамоем.

Масъала. Исбот мекунем, ки дар секунҷаи баробартараф ҳар як кунҷ ба 60^0 баробар аст.



Расми 125



Расми 126

Маълум: $\triangle ABC$ -баробартараф, яъне $AB = BC = AC$.

Маълум: $\angle A = \angle B = \angle C = 60^0$.

Исбот. Азбаски $AB = BC$ аст, пас $\triangle ABC$ баробарпахлу буда, $\angle A = \angle C$ мебошад. Аз тарафи дигар, $AB = AC$, яъне $\triangle BAC$ баробарпахлу бада, $\angle B = \angle C$ мебошад. Аз баробарии $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle C$ бармеояд, ки $\angle A = \angle B = \angle C$ аст.

Маълум аст, ки $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$, $\angle A = \angle B = \angle C = x$, $x + x + x = 180^0$, $3x = 180^0$, $x = 60^0$, яъне $\angle A = \angle B = \angle C = 60^0$.

Супориш. Агар дар секунҷа $\angle A = \angle B = \angle C = 60^0$ бошад, ин гуна секунҷа баробартараф аст. Инро исбот кунед.

Натиҷа. Дар секунҷаи дилхоҳ муқобили тарафҳои баробар кунҷҳои баробар меҳобанд (хосияти баръакс низ ҷой дорад).

Теоремаи 3. Дар секунҷаи баробарпахлу медианаи аз қулла ба асос фаровардашуда биссектриса ва баландии он низ мебошад.

Маълум: $\triangle ABC$ -баробарпахлу, яъне $AB = BC$ ва BM -медиана (расми 126).

Маълум: BM -биссектриса ва BM -баландӣ.

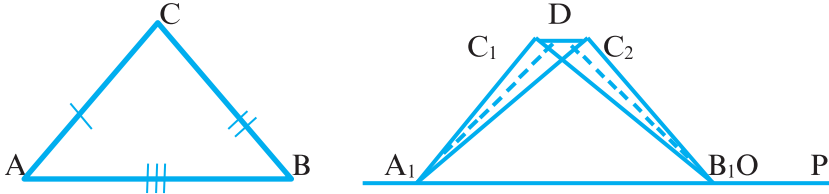
Исбот. Азбаски $BA = BC$, $AM = MC$ ва $\angle A = \angle C$ аст, пас мувофиқи аломати якуми баробарии секунҷаҳо $\triangle BAM = \triangle BCM$ мешавад. Бинобар ин, $\angle 3 = \angle 4$ буда, BM биссектрисаи $\triangle ABC$ аст.

Аз тарафи дигар, $\angle A + \angle 3 + \angle 4 + \angle C = 180^0$ ё $\angle A + \angle 3 = \angle C + \angle 4 = 90^0$. Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2 = 90^0$ мебошад. Аз ин баробарӣ бармеояд, ки $BM \perp AC$ аст.

Яъне, BM баландии $\triangle ABC$ мебошад.

МАСЪАЛАҲО

1. Дар $\triangle ABC$, $AB = BC$ буда, BM биссектриса мебошад. Иббот кунед, ки BM медиана ва баландӣ аст.
2. Дар секунҷаи ABC , $AB = BC$ буда, BM баландӣ мебошад. Иббот кунед, ки BM медиана ва биссектриса аст.
3. Дар кадом секунҷа ҳар се баландиҳо, медианаҳо ва биссектрисаҳо баробаранд?
4. Дар секунҷаи баробарпахлу кунҷи назди кулла 60° аст. Кунҷҳои назди асосро ёбед.
5. Иббот кунед, ки секунҷаи росткунҷаи кунҷи тезаш ба 45° баробарбуда, секунҷаи баробарпахлу мебошад.
6. Агар кунҷи назди куллаи секунҷаи баробарпахлу аз кунҷи назди асос 60° зиёд бошад, кунҷҳои онро ёбед.



Расми 127

Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришхоро иҷро кунед:

1. Секунҷаи баробарпахлуро сохта, ҳосиятҳояшро фаҳмонед.
2. Ҳосиятҳои секунҷаи баробарпахлуро аз рӯи расмҳо фаҳмонед.

§ 5. АЛОМАТИ СЕҶОМИ БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҲО

Теорема. Агар се тарафи як секунҷа мувофиқан ба се тарафи секунҷаи дигар баробар бошад, он гоҳ ин секунҷаҳо баробаранд.

Маълум: $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$.

Матлуб: $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ (расми 127).

Иббот. Тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ -ро ба хати ростии p табдил дода, ҳамвориро ба ду нимҳамворӣ ҷудо мекунем. Тарафи AB -и $\triangle ABC$ -ро бо тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ ҳамҷоя менамоем. Онҳо ҳамҷоя мешаванд, чунки $A_1B_1 = AB$ аст. Секунҷаи ABC -ро дар нимҳамворие, ки $\triangle A_1B_1C_1$ воқеъ аст, ҷойгир мекунонем. Бигзор

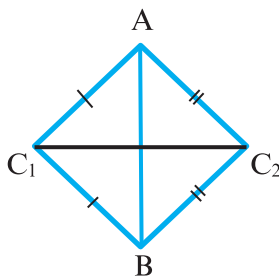
вай мавқеи $\Delta A_1B_1C_1$ -ро гирад. Нуқтаҳои C_1 ва C_2 -ро пайваст мекунем. Дар миёнаҷойи порчаи C_1C_2 нуқтаи D -ро меёбем.

Порчаҳои A_1D ва B_1D -ро месозем. Азбаски $A_1C_1 = AC = A_1C_2$ ва $B_1C_1 = BC = B_1C_2$ мешаванд, пас $A_1C_1C_2$ ва $B_1C_1C_2$ секунҷаҳои баробарпахлунд. Порчаҳои A_1D ва B_1D медианаҳо буда, баландиҳои секунҷаҳои $A_1C_1C_2$ ва $B_1C_1C_2$ мебошанд. Аз тарафи дигар, аз нуқтаи D дар ҳамворӣ ба хати рости C_1C_2 фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Нуқтаҳои C_1 ва C_2 гуногун буда наметавонанд. Инак, $C_1 = C_2$ ҳамон як нуқта мебошад ва секунҷаҳои $A_1B_1C_1$ ва $A_1B_1C_2$ низ ҳамон як секунҷаанд, яъне $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

МАСЪАЛАҲО

1. Секунҷаҳои ABC_1 ва ABC_2 баробарпахлу буда, нуқтаҳои C_1 ва C_2 дар тарафҳои гуногуни хати рости AB меҳобанд. Исбот кунед, ки $\Delta AC_1C_2 = \Delta BC_1C_2$ мебошад (расми 128).

2. Порчаи AB ба порчаи CD перпендикуляр буда, дар нуқтаи O ҳамдигарро мебуранд. Агар $OA = OB$ бошад, исбот кунед, ки $\Delta AOC = \Delta BOC$ мебошад.



Расми 128

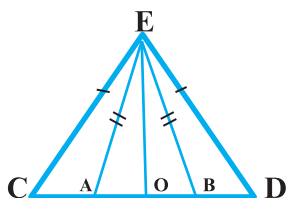
3. Дар масъалаи 2 исбот кунед, ки $\Delta BOD = \Delta AOD$ ва $\Delta ACD = \Delta BCD$ мебошанд.

4. Исбот кунед, ки нуқтаҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи баробарпахлу, дар навбати худ куллаҳои секунҷаи баробарпахлу мебошанд.

5. Исбот кунед, ки агар нуқтаҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаи баробартарафро бо ҳам пайваст кунем, секунҷаи баробартараф ҳосил мешавад.

6. Дар расми 129 секунҷаи AEB ва секунҷаи CED баробарпахлу буда, асосҳояшон миёнаҷойи умумӣ доранд.

Исбот кунед, ки секунҷаи ACE ба секунҷаи BDE баробар аст.



Расми 129

7. Дар масъалаи 6 исбот кунед, ки $\triangle CBE = \triangle DAE$ мебошад.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Аломати сеюми баробарии секунҷахоро дар соҳтан фаҳмонед.
2. Аломати сеюми баробарии секунҷахоро аз рӯи расмҳо фаҳмонед.

§ 6. БАЪЗЕ НАТИҶАҲО АЗ АЛОМАТҲОИ БАРОБАРИИ СЕКУНҶАҲО

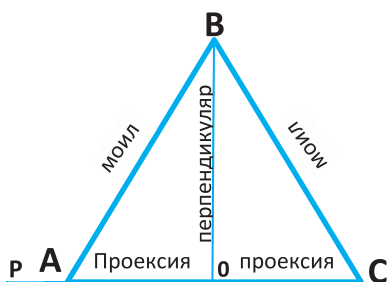
1. Чор аломати баробарии секунҷаҳои росткунҷа

1. Ду секунҷаи росткунҷа, агар яктогӣ катет ва гипотенузаи баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.

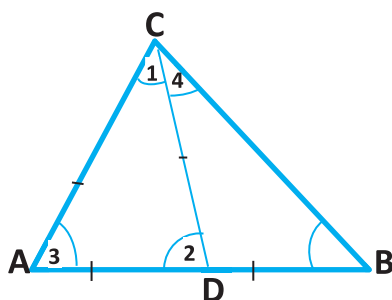
2. Ду секунҷаи росткунҷа, агар дутогӣ катети баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.

3. Ду секунҷаи росткунҷа, агар гипотенуза ва яктогӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд.

4. Ду секунҷаи росткунҷа, агар яктогӣ катет ва яктогӣ кунҷи тези баробар дошта бошанд, онҳо баробаранд. Дурустии ин аломатҳо дар мавзӯи аломатҳои баробарии секунҷаҳо исбот шуда буданд.



Расми 130



Расми 131

2. Теорема доир ба моилҳои баробар

Теорема. *Агар аз ягон нуқта ба хати рост ду моили баробар гузаронида шуда бошад, он гоҳ проексияи ин моилҳо бо ҳам баробаранд.*

Маълум: $OB \perp p$ ва $AB = BC$ моилҳо.

Матлуб: $OA = OC$ проексияҳо (расми 130).

Исбот. Азбаски $AB = BC$ мебошад, пас секунҷаи росткунҷаи AOB ба секунҷаи росткунҷаи COB баробар буда, порчаи OA ба порчаи OC баробар аст, яъне проексияҳои моилҳои баробар бо ҳам баробар шуданд.

Бояд қайд кард, ки агар моили AB ба моили CB баробар бошад, пас ҳардуи онҳо ба хати ростии p кунҷҳои баробарро ташкил медиҳанд, яъне $\angle OAB = \angle OCB$ мебошад.

3. Муносибати байни тарафҳо ва кунҷҳои секунҷа.

Теорема. *Дар секунҷаи диллоҳ, муқобили тарафи калон, кунҷи калон меҳобад.*

Маълум: $\triangle ABC$ ва $AB > BC$.

Матлуб: $\angle C$ аз $\angle B$ калон аст (расми 131).

Исбот. Аз нуқтаи A дар нури AB порчаи $AD = AC$ -ро мегузорем. Нуқтаи C -ро бо нуқтаи D пайваस्त мекунем. $\angle C = \angle ACB$ аз $\angle 1 = \angle ACD$ калон аст, зеро нури CD нури дохилии $\angle ACB$ мебошад.

Аз тарафи дигар, $\angle 2 = \angle B + \angle 4$ аст, зеро $\angle 2$ кунҷи берунии $\triangle ACD$ мебошад ва $\angle 2$ аз $\angle B$ калон будааст.

Дар натиҷа $\angle C$ аз $\angle 1$ калон буда, $\angle 1 = \angle 2$ ва $\angle 2$ аз $\angle B$ калон шуд, аз ин ҷо хулоса мебарояд, ки $\angle C$ аз $\angle B$ калон аст.

Теоремаи баръакси ҳамин теоремаро тартиб дода, онро мустақилона худатон исбот кунед.

4. Нобаробарии секунҷа.

Теорема. *Суммаи дарозиҳои ду тарафи секунҷа, аз дарозии тарафи сеюм калон аст.*

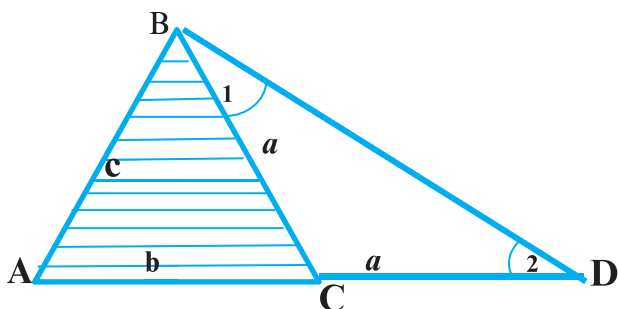
Маълум: $\triangle ABC$, $AC = b$, $BC = a$, $AB = c$ -тарафҳо.

Матлуб: $AC + CB > AB$ ё $a + b > c$;

$AC + AB > BC$ ё $b + c > a$;

$AB + BC > AC$ ё $a + c > b$.

Исбот. Ба расми 132 нигаред.



Расми 132

Аз нуқтаи С нури пуркунанда ба нури СА-ро месозем. Дар ин нур порчаи $CD = CB = a$ -ро ҷудо мекунем. Нуқтаи В-ро ба нуқтаи D пайваст менамоем. $\triangle BCD$ баробарпахлу аст, аз ин ҷиҳат $\angle 1 = \angle 2$ ва дар $\triangle ABD$, $AD > AB$ мебошад. Азбаски $AD = AC + CD = AC + BC$ аст, пас $AC + BC > AB$ шуд, яъне $a + b > c$. Исботи ду ҳолати дигарро худатон мустакилона иҷро намоед.

МАСЪАЛАҲО

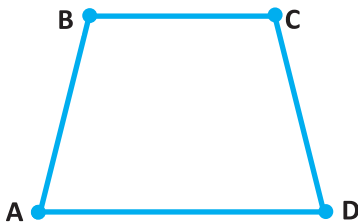
1. Дар ду секунҷаи росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1 = 40^\circ$, $AB = A_1B_1 = 6$ см мебошанд. Исбот кунед, ки ин секунҷаҳои росткунҷа баробаранд.

2. Дар ду секунҷаи росткунҷаи ABC ва $A_1B_1C_1$ гипотенуза $A_1B_1 = 30$ см ва $\angle A = 30^\circ$ аст. Агар $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ бошад, катети BC -ро ёбед.

3. Порчаи $AB \perp CD$ буда, $AB = 20$ дм мебошад. Нуқтаи O (буриши порчаҳои AB ва CD) дар миёнаҷойи порчаи AB мебошад. Агар $\angle ADB = 60^\circ$ бошад, порчаҳои AD ва DB -ро ёбед.

4. Аз нуқта ба хати рост ду моил гузарониданд. Исбот кунед, ки агар ин моилҳо проексияҳои баробар дошта башанд, он гоҳ онҳо баробаранд.

5. Аз нуқта ба хати рост перпендикуляр ва моил гузарониданд.



Расми 133

Дарозии моил аз перпендикуляр ду маротиба калон аст. Кунчи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

6. Аз ду нуқтаи беруни хати рост ба он ду перпендикуляр ва ду моили баробар гузарониданд. Исбот кунед, ки ин моилҳо проексияҳои баробар доранд.

7. Дар секунча $\angle A = 30^\circ$ ва $\angle B = 40^\circ$ мебошад. Тарафҳои секунчаро муқоиса кунед.

8. Дар секунча $AB = 7$ см, $CD = 8$ см ва $AC = 13$ см мебошад. Кунҷҳои секунчаро муқоиса кунед.

9. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа катет аз гипотенуза хурд аст.

10. Исбот кунед, ки моил аз перпендикуляр калон аст, агар онҳо аз як нуқта гузаронида шуда бошанд.

11. Исбот кунед, ки проексияи моил аз худи моил хурд аст.

12. Исбот кунед, ки дар секунҷаи кундкунҷа, тарафи калонтарин муқобили кунҷи кунд меҳобад.

13. Оё секунча сохтан мумкин аст, агар: а) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 10$ см; б) $a = 4$ см, $b = 5$ см, $c = 8$ см; в) $a = 20$ см, $b = 3$ см, $c = 7$ см; г) $a = 8$ см, $b = 4$ см, $c = 4$ см; ғ) $a = 4$ см, $b = 4$ см, $c = 4$ см; е) $a = 10$ дм, $b = 10$ дм, $c = 16$ дм бошад?

14. Исбот кунед, ки $AD < AB + BC + CD$ (расми 133).

15. Агар $AB = 10$ см, $BC = 15$ см, $AC = 25$ см бошанд, нуқтаҳои А, В, С чӣ гуна ҷойгиранд?

16. Агар $AB = 20$ см, $BC = 12$ см, $AC = 24$ см бошанд, нуқтаҳои А, В, С чӣ гуна ҷойгиранд?

17. Кадоме аз секунҷаҳои зерин баробаранд, агар:

а) $\angle B = 60^\circ$, $AB = 10$ см; б) $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $AC = 10$ см; в) $BC = 5$ см, $AB = 10$ см, $\angle C = 90^\circ$; г) $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $AC = 10$ см бошад?

САВОЛ ВА СУПОРИШҶО БАРОИ САНЧИШ

1. Мафҳуми секунҷаро таъриф диҳед.
2. Исбот кунед, ки суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа ба 180° баробар аст.
3. Намудҳои секунҷаро номбар кунед.
4. Секунҷаи росткунҷаро таъриф диҳед.
5. Ба катет ва гипотенуза таъриф диҳед.
6. Суммаи кунҷҳои тези секунҷаи росткунҷаро ёбед.
7. Ба секунҷаи баробарпахлу таъриф диҳед.
8. Хосияти кунҷҳои назди асоси секунҷаи баробарпахлу баён кунед.
9. Хосияти биссектрисаи секунҷаи баробарпахлу исбот кунед.

10. Ба секунҷаи кундкунҷа таъриф диҳед.
11. Секунҷае, ки ҳар се кунҷояш баробар аст, чӣ гуна секунҷа мебошад?
12. Секунҷаи росткунҷае, ки дорои кунҷи 45^0 мебошад, чӣ гуна секунҷа аст?
13. Ба кунҷи берунии секунҷа таъриф диҳед.
14. Хосиятҳои кунҷи берунии секунҷаро исбот кунед.
15. Аломати якуми баробарии секунҷаҳоро баён кунед.
16. Аломати дуҷуми баробарии секунҷаҳоро исбот кунед.
17. Аломати сеҷуми баробарии секунҷаҳоро исбот кунед.
18. Аломатҳои баробарии секунҷаҳои росткунҷаро баён кунед.
19. Медиана чист?
20. Ба баландии секунҷа таъриф диҳед.
21. Ба биссектрисаи кунҷи секунҷа таъриф диҳед.
22. Хосияти катети муқобили кунҷи 30^0 хобидаи секунҷаи росткунҷаро баён кунед.
23. Хосияти моилҳои баробарро оред ва онро исбот кунед.
24. Нобаробарии секунҷаро нависед ва маънидод кунед.
25. Агар кунҷҳои секунҷа маълум бошанд, тарафҳоро чӣ тавр муқоиса мекунад?
26. Исбот кунед, ки дар секунҷаи баробартараф ҳамаи кунҷҳо ба 60^0 баробар мебошанд.
27. Секунҷа кашед ва ҳар се баландихоро гузаронед.
28. Исбот кунед, ки дар секунҷа кунҷи берунӣ аз кунҷи дилхоҳи дохилии ба он ҳамсоя набуда калон аст.
29. Суммаи кунҷҳои берунии секунҷа ба чанд градус баробар аст?
30. Бо ёрии аломатҳои баробарии секунҷаҳо масофаи дастнарасро чӣ тавр меёбанд?

МАСЪАЛАҲО

1. Аз миёнаҷойи порчаи CD ба ин порча хати рости перпендикуляр гузарониданд. Исбот кунед, ки нуқтаи дилхоҳи ин перпендикуляр аз нӯғҳои ин порча дар як хел дурӣ воқеъ мебошад.
 2. Нуқтаи D дар тарафи AB -и $\triangle ABC$ ва нуқтаи D дар тарафи A_1B_1 -и $\triangle A_1B_1C_1$ меҳобад. Агар $DB = D_1B_1$ ва $\triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.
 3. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯйи медиана ва кунҷе, ки медиана онро тақсим мекунад, исбот кунед.
- Нишондод:* медианаро боз як бори дигар дар давоми худаш гузored.

4. Порчаҳои АВ ва ВD дар нуктаи О ҳамдигарро мебуранд.

Агар $\angle BAO = \angle DCO$ ва $AO = CO$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle BAO = \triangle DCO$ мебошад.

5. Периметри секунҷаи баробарпахлу 10 см ва тарафи паҳлуиаш 3 см аст. Асоси секунҷаро ёбед.

6. Периметри секунҷаи баробарпахлу 2 м ва асосаш 0,6 м аст. Дарозии тарафҳои паҳлуиро ёбед.

7. Периметри секунҷаи баробарпахлу 18,4 дм буда: 1) асосаш аз тарафи паҳлуӣ 0,6 дм хурд аст. 2) асос аз тарафи паҳлуӣ 3,4 дм калон аст. Тарафҳои секунҷаро ёбед.

8. Баробарии секунҷаҳои баробарпахлуро аз рӯи биссектрисаҳои кунҷҳои назди асос исбот кунед.

9. Дар секунҷаи баробарпахлу тарафи паҳлуӣ 40 дм буда, кунҷи назди асос 30° аст. Баландии секунҷаро, ки ба тарафи асос фароварда шудааст, ёбед.

10. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа медианаи бо гипотенуза фаровардашуда ба нисфи гипотенуза баробар аст.

11. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашуда исбот кунед.

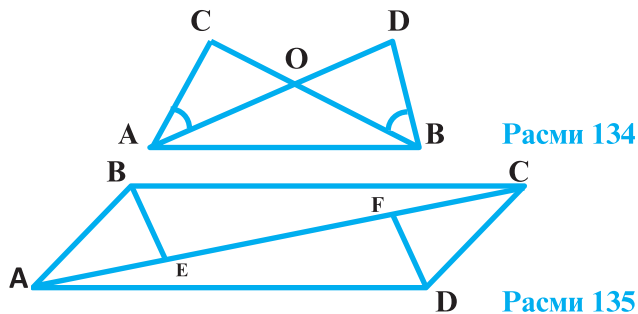
12. Баробарии секунҷаҳоро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашуда исбот кунед.

13. Дар расми 134 $\angle DBC = \angle DAC$ ва $BO = AO$ мебошад.

Исбот кунед, ки $\angle C = \angle D$ ва $AC = BD$ аст.

14. Ба расми 135 нигаред. Дар он $AB = CD$, $AB \parallel CD$; $AD = BC$, $AD \parallel BC$; $BE \perp AC$; $DF \perp AC$.

Исбот кунед, ки $\triangle ABE = \triangle CDF$ мебошад.



15. Агар $\triangle ABC = \triangle BCA$ бошад, исбот кунед, ки $\triangle ABC$ баробартаф аст.

16. Агар $AM = A_1M_1$, $BC = B_1C_1$, $\angle AMB = \angle A_1M_1B_1$, M ва M_1 мувофиқан миёнаҷойи тарафҳои BC ва B_1C_1 бошанд, исбот кунед, ки $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ аст.

17. Агар $AB = 40$ м, $BC = 30$ м, $AC = 60$ м бошанд, кадом кунҷи секунҷаи ABC калон аст?

18. Кунҷи берунии секунҷаи баробарпахлу ба 140° баробар аст. Кунҷҳои дарунии онро ёбед.

19. Яке аз кунҷҳои берунии секунҷаи росткунҷа 150° аст. Кунҷҳои дохилии онро ёбед.

20. Проексияи моил ба нисфи моил баробар аст. Кунҷи байни моил ва перпендикулярро ёбед.

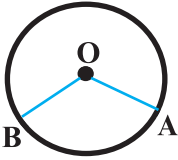
**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Аломатҳои баробарии секунҷахоро дар секунҷаи росткунҷа шарҳ диҳед.
2. Теорема дар бораи моилҳои баробарро аз рӯи расмҳо шарҳ диҳед.
3. Нобаробарии секунҷахоро аз рӯи сохтанҳо нишон диҳед.

ФАСЛИ IV

§1. ДАВРА ВА ХОЛАТҲОИ ҶОЙГИРШАВИИ ДАВРАҲО. ДОИРА

1. Давра. Нуғи тези паргорро ба нуқтаи ҳамворӣ гузошта, нуғи қаламдорашро давр мезанонем. Дар ин ҳолат шакли геометрие ҳосил мешавад, ки он давра ном дорад.



Таъриф. Ҷойи геометрии нуқтаҳои ҳамворӣ, ки аз нуқтаи додашуда дар як хел масофа воқеанд, **давра** номида мешавад.

Расми 136

Дар расми 136 давра тасвир ёфтааст. **O** маркази давра мебошад, ки аз ҳама нуқтаҳои давра дар як хел масофа воқеъ аст.

Порчаҳои **OA** ва **OB** радиусҳои давра буда, бо **r** ишора карда мешаванд.

Таъриф. Порчае, ки маркази давраро ба нуқтаи он пайваст мекунад, **радиуси давра** ном дорад.

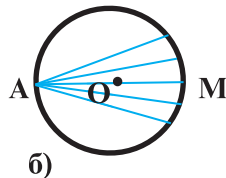
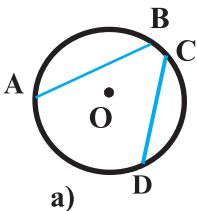
Ҳамаи радиусҳои як давра бо ҳам баробаранд, яъне $OA = OB = r$. Давра нуқтаҳои бешумор дорад, аз ин рӯ, радиусҳояш низ бешумор аст.

2. Диаметр ва хорда.

Таъриф. Порчае, ки ду нуқтаи давраро бо ҳам мепайвандад, **хордаи давра** номида мешавад.

Дар расми 137 а) порчаҳои **AB** ва **CD** хордаҳо мебошанд.

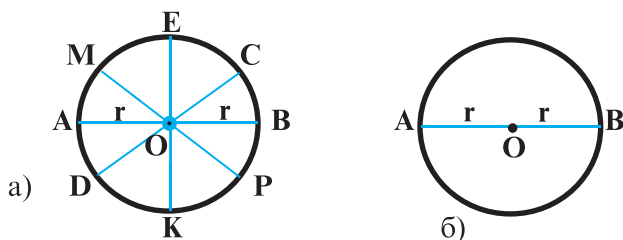
Аз як нуқтаи давра хордаҳои бешумор гузаронидан мумкин аст. Давра хордаҳои бешумор дорад.



Расми 137

Таъриф. Хордае, ки аз маркази давра мегузарад, **диаметр** номида мешавад.

Дар расми 137 б) порчаи AM диаметр мебошад. Ҳар як давра диаметрҳои бешумор дорад. Ҳамаи диаметрҳои як давра бо ҳам баробаранд. Дар расми 138 якчанд диаметрҳо тасвир ёфтаанд: $AB = CD = MP = KE = d$.



Расми 138

Дар давра як диаметр ба ду радиус баробар аст. Яъне $d = 2 \cdot r$; $AB = 2 \cdot r$. Воқеан, аз баробарии $OA = OB = r$ бармеояд, ки $AB = 2r$ аст (расми 138 б).

МАСЪАЛАҲО

1. Агар r радиуси давра буда, дарозиаш: 5 см; 16 см; 4 см; 7 дм бошад, дарозии диаметри давраро ёбед.

2. Агар d диаметри давра буда, дарозиаш: 30 см; 15 см; 36 м; 14 м ва 18 м бошад, радиуси давраро ёбед.

3. Аз муҳити атроф шаклҳоеро номбар кунед, ки қисмҳои даврашакл доранд.

4. Ҳолатҳои ҷойгиршавии порчаро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

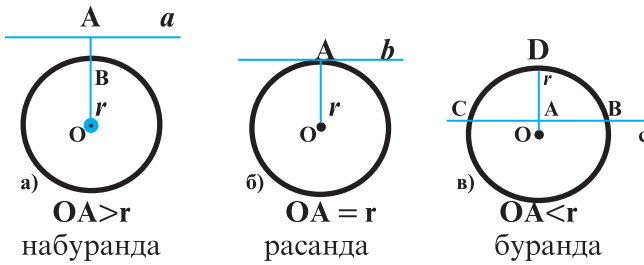
5. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нурро нисбат ба давра тадқиқ карда, расмҳои мувофиқ кашед.

3. Буранда ва расанда. Ҳолати ҷойгиршавии хати ростро нисбат ба давра муоина менамоем.

1). Хати рости a (расми 139, а) бо давра ягон нуқтаи умумӣ надорад. Агар хати рост бо давра нуқтаи умумӣ надошта бошад, вай давраро намебурад. Дар ин ҳолат масофаи маркази давра то хати рост аз радиус калон аст: $OA > r$.

2). Давра бо хати рости a (расми 139, б) як нуқтаи умумӣ дорад. Дар ин ҳолат масофа аз маркази давра то хати рост b ба радиус баробар мебошад: $OA = r$. Дар ин ҳолат $OA \perp b$ мебошад.

Таъриф. Хати росте, ки аз нуғи радиуси давра гузашта ба ин радиус перпендикуляр аст, расандаи давра ном дорад.



Расми 139

Дар расми 139, б) хати рости b расандаи давра мебошад.

3) Дар расми 139 в) хати рости c бо давра ду нуқтаи умумии С ва В-ро дорад. Дар ин ҳолат масофаи байни марказ то хати рости c аз радиуси давра хурд аст: $OA < r$.

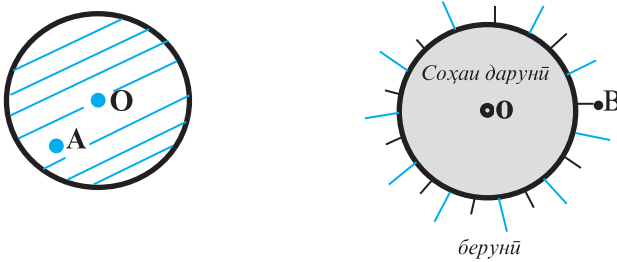
Таъриф. Хати росте, ки бо давра ду нуқтаи умумӣ дорад, бурандаи давра номида мешавад.

Дар расми 139, в) хати рости c бурандаи давра мебошад.

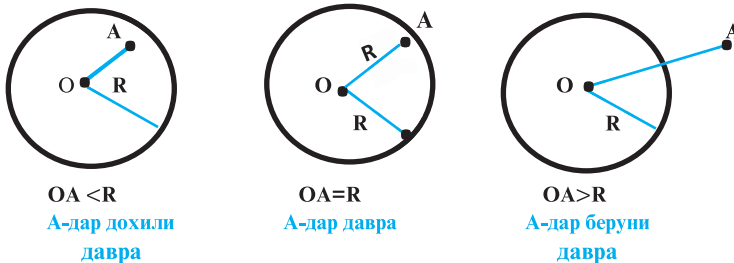
4. Доира. Давра ҳамвориро ба ду соҳа (қисм) чудо мекунад.

Соҳаи дохилӣ ва берунӣ (расми 140).

Таъриф. Қисми ҳамворӣ, ки бо давра маҳдуд аст, доира номида мешавад.



Расми 140



Расми141

Нуктаҳо нисбат ба давра се хел ҷойгир мешаванд (расми 141):

- 1) Агар $OA < R$ шавад, нуктаи A дар дохили давра меҳобад.
- 2) Агар $OA = R$ бошад, нуктаи A дар давра меҳобад.
- 3) Агар $OA > R$ бошад, нуктаи A берун аз давра меҳобад.

Машқҳо

1. Радиуси давра $R = 5$ см аст. Ин давраро кашед.

О-маркази давра. Агар: $OX = 3$ см; $OX = 7$ см; $OX = 4,5$ см; $OX = 5$ см бошад, нуктаи X дар кучо меҳобад?

2. О-маркази давра ва $R = 8$ см аст. Агар нуктаи X шарти $OX < R$ -ро иҷро кунад, вай дар кадом шакли геометрӣ меҳобад?

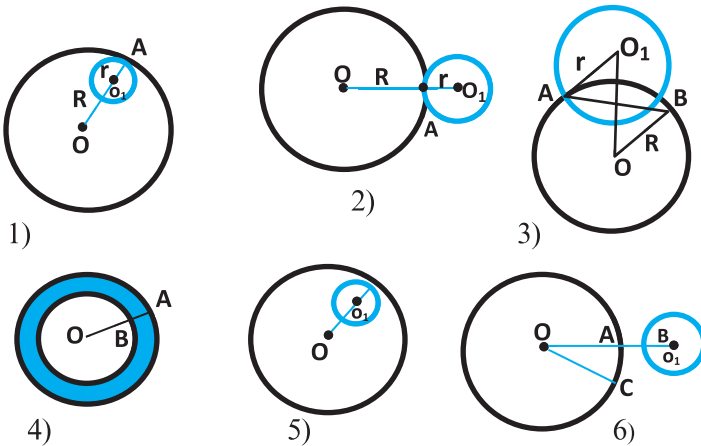
3. Нуктаи X дар хати ростии a ҳобида, O маркази давраи радиусаш $R = 4$ см мебошад. $OX \perp a$ буда: а) $OX = 2$ см;

б) $OX = 4$ см; в) $OX = 6$ см аст. Дар кадом ҳолат хати ростии a давраро мебурад?

5. Ҳолати ҷойгиршавии ду давра. Ба расми 142 нигаред.

Ду давра метавонанд як ё ду нуктаи умумӣ дошта бошанд. Онҳо нуктаи умумӣ ҳам надошта метавонанд.

1) Дар расми 142, 1) давраҳо дорои нуктаи умумии A мебошанд: $d = OO_1 = R - r$.



Расми 142

Давраҳое, ки фақат як нуктаи умумӣ доранд бо ҳам расандаанд. Давраҳои расми 142, 1) аз дохил расандаанд. Агар давраҳо аз дохил расанда бошанд, шарти $R - r = d$ иҷро мешавад.

Дар ин чо $OA = R$ радиуси давраи калон, $O_1A = r$ радиуси давраи хурд буда, $OO_1 = d$ масофаи байни марказҳои давраҳо мебошад.

2) Дар расми 142, 2) давраҳо як нуқтаи умумии A доранд.

Онҳо аз берун расандаанд. Барои давраҳои аз берун расанда шарти $d = R + r$ иҷро мешавад.

3) Дар расми 142, 3) давраҳо фақат ду нуқтаи умумии A ва B -ро доранд. Ду даврае, ки фақат ду нуқтаи умумӣ доранд, давраҳои буранда номида мешаванд. Давраҳои буранда шарти $d < R + r$ -ро қаноат мекунонанд.

4) Дар расми 142, 4) ду давра маркази умумӣ доранд, давраҳои ҳаммарказ (концентрикӣ) номида мешаванд.

Давраҳои концентрӣ шарти $OA - OB = AB$ -ро қаноат мекунонанд, яъне $R - r = AB$ (AB -масофаи байни давраҳо).

5) Давраҳои расми 142, 5) бо ҳам нуқтаи умумӣ надоранд. Давраҳои, ки нуқтаи умумӣ надоранд, давраҳои набуранда мебошанд. Дар расмҳои 142; 4), 142; 5), 142; 6) давраҳо набурандаанд.

Агар як давра дар беруни давраи дигар ҳобад, шарти $d > R + r$ иҷро мешавад.

МАСЪАЛАҲО

1. Ҳолатҳои ҷойгиршавии хати рост ва давраро тасвир намоед, агар $R = 3$ см ва масофаҳои марказ то хати рост OX : а) 2 см; б) 3 см; в) 5 см бошад.

2. Агар $OA = OB$ бошад, чанд давраи марказаш O ва аз нуқтаҳои A ва B гузарандаро сохтан мумкин аст?

3. Нуқтаҳои A, B, C, D, E дар давра меҳобанд. Ҳар ду нуқтаро бо порча пайваст намоед. Чанд хорда ҳосил шуд?

4. Дар давра ду, се, чор, шаш нуқта гузошта, онҳоро бо хордаҳо пайваст кунед. Дар ҳар маврид чанд хорда ҳосил мешавад?

5. Дар давра диаметри AB гузаронед. Исбот кунед, ки маркази давра дар байни нуқтаҳои A ва B меҳобад.

6. Давраи марказаш O ва радиусаш $R = 6$ см-ро кашед.

Порчаҳои $AB = 4$ см, $OB = 6$ см, $OC = 8$ см-ро соzed. Нуқтаҳои A, B, C нисбат ба давра чӣ тавр ҷойгир мешаванд?

7. Агар d -масофаи байни марказҳо, R ва r радиуси давраҳо бошанд, давраҳо чӣ тавр ҷойгиранд: а) $b = 8$ см; $R = 5$ см, $r = 3$ см; б) $d = 8$ см, $R = 3$ см, $r = 2$ см; в) $d = 3$ см; $R = 6$ см, $r = 4$ см; г) $b = 8$ см, $R = 4$ см, $r = 3$ см; д) $d = 8$ см, $R = 12$ см, $r = 4$ см?

8. Дар давра нуқтаи А-ро интихоб кунед. Аз ин нуқта радиуси ОА ва расандаи d-ро созед. Кунчи байни радиус ва расандаро чен кунед.

9. Давраро бо паргор чӣ тавр ба шаш ва се қисми баробар тақсим кардан мумкин аст?

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Давраро дар сохтан фаҳмонед.
2. Давраро аз рӯйи расмҳо фаҳмонед.
3. Давраро сохта, дар он хорда, диаметр ва радиусро нишон диҳед
4. Давраро тасвир намуда, дар он хорда, диаметр ва радиусро нишон диҳед.
5. Расандаи давраро дар сохтан фаҳмонед.
6. Расандаи давраро аз рӯйи расмҳо фаҳмонед.
7. Кунчи дарункашидаи давраро дар сохтан фаҳмонед.
8. Кунчи дарункашидаи давраро аз рӯйи расмҳо фаҳмонед.

§2. ҲОЛАТИ ЧОЙГИРШАВИИ ШАКЛҲО НИСБАТ БА ДАВРА

1. Камони давра. Кунчи марказӣ. Дар расми 143 қисми давраро мебинем, ки дар байни нуқтаҳои А ва В чойгир аст.

Таъриф. Қисми давраро, ки дар байни ду нуқтаи давра воқеъ аст, камони давра меноманд.

Ибораи «камони АВ»-ро чунин ишора мекунад: $\overset{\frown}{AB}$.

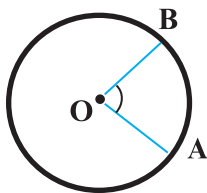
Камонҳо мисли кунҷҳо бо градус чен карда мешаванд.

Нимдавра камонест, ки бузургияш 180° аст.

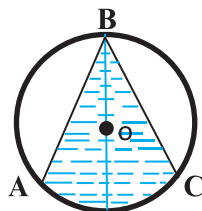
Ба кунҷи АОВ-и расми 143 нигаред. Қуллаи ин кунҷ маркази давра буда, тарафҳояш радиусҳои ОА ва ОВ мебошанд. $\angle AOB$ -кунҷи марказӣ мебошад.

Таъриф. Кунҷе, ки қуллааш маркази давра буда, тарафҳояш радиусҳо мебошанд, кунҷи марказӣ ном дорад.

Кунҷи марказии АОВ ба камони АВ тақия мекунад. Кунҷи марказӣ ва камони ба он тақиякунанда бузургии градусии якхела доранд, яъне бузургии кунҷи марказӣ ба бузургии камони ба он тақиякунанда баробар аст: $\angle AOB = \overset{\frown}{AB}$. Азбаски давра аз ду нимдавра иборат аст



Расми 143



Расми 144

ва кунчи ба нимдавра таъяқунанда кунчи кушод мебошад, пас бузургии градусии тамоми давра ба 360^0 баробар аст.

2. Кунчи дарункашида. Дар расми 144 кунчи ABC тасвир ёфтааст, ки қуллааш дар давра хобида, тарафҳои АВ ва ВС-аш хордаҳо мебошанд. $\angle ABC$ кунчи дарункашида мебошад.

Таъриф. Кунче, ки қуллааш нуқтаи давра буда, тарафҳои хордаҳо мебошанд, кунчи дарункашида номида мешавад.

Теорема. Бузургии кунчи дарункашида ба нисфи бузургии камони ба он таъяқунанда баробар аст.

Маълум: $\angle ACB$ ва $\overset{\frown}{AB}$ (расми 145).

Матлуб: $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$.

Исбот. Кунчи ACB нисбат ба маркази O се ҳолати ҷойгиршавӣ дорад. Теоремаро барои ҳар як ҳолат алоҳида исбот менамоем. А) Маркази давра (расми 145, а)) дар як тарафи $\angle ACB$ меҳобад. $\angle 2$ кунчи берунии $\triangle AOC$ буда, $\angle 2 = \overset{\frown}{AB}$ аст. Аз тарафи дигар, $\angle 2$ кунчи берунии $\triangle AOC$ буда, $2 \cdot \angle 1 = \angle 2$ мебошад. Аз ин рӯ, $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$; $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ мебошад.

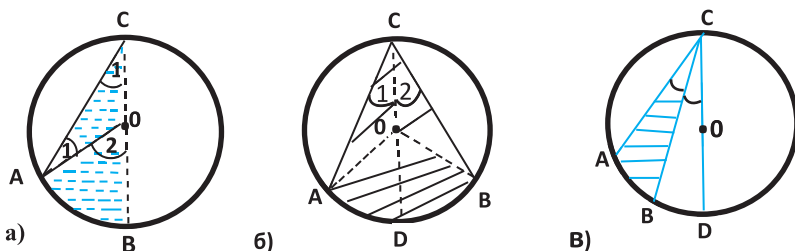
Б) Дар расми 145, б) маркази O дар дохили $\angle ACB$ меҳобад.

$$\angle ACB = \angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2} \overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2} \left(\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DB} \right) = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB};$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}.$$

В) Маркази давра дар беруни $\angle ACB$ меҳобад (расми 145, в).

$$\begin{aligned} \angle ACB &= \angle ACD - \angle BCD = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AD} - \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{BD} = \frac{1}{2} \cdot (\overset{\frown}{AD} - \overset{\frown}{BD}) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}; \quad \angle ACB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}. \end{aligned}$$



Расми 145

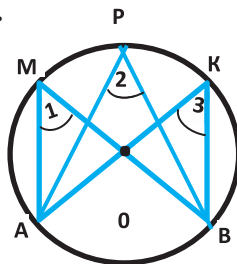
3. Кунҷҳои дарункашидаи ба як камон таъяқунанда

Теорема. Кунҷҳои дарункашида, ки ба ҳамон як камон таъя мекунад, бо ҳамдигар баробаранд.

Маълум: $\overset{\frown}{AB}$ ва $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ (расми 146).

Маълум: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

Исбот. Аз теорема дар бораи кунҷи дарункашида бармеояд, ки $\angle 1 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ ва $\angle 3 = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$. Аз ин ҷо:
 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.



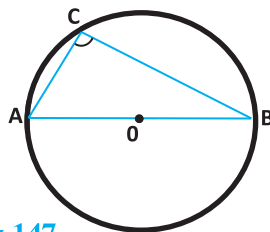
Расми 146

Масъала. Исбот мекунем, ки кунҷи дарункашида, ки ба диаметр таъя мекунад, кунҷи рост аст.

Маълум: АВ-диаметр, $\angle ACB$ (расми 147).

Маълум: $\angle ACB = 90^\circ$.

Исбот. Кунҷи $\angle ACB$ ҳам ба диаметри АВ ва ҳам ба қамони $\overset{\frown}{AB}$ (нимдавра) таъя мекунад. $\overset{\frown}{AB} = 180^\circ$, аз ин рӯ,
 $\angle ACB = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AB} = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$.



Расми 147

МАСЪАЛАҶО

1. Бузургии кунҷҳои марказиро ёбед, агар онҳо ба қамонҳои зерини давра таъя намоянд: 1) ба нисфи давра; 2) ба чоряки давра; 3) ба $\frac{1}{2}$ ҳиссаи давра; 4) ба $\frac{1}{6}$ ҳиссаи давра; 5) ба $\frac{1}{4}$ ҳиссаи нимдавра; 6) ба $\frac{1}{3}$ ҳиссаи нимдавра.

2. Кунчи дарункашида ва кунчи марказӣ ба ҳамон як камон така мекунад. Агар кунчи марказӣ маълум бошад, кунчи дарункашидаро ёбед: 1) 30° ; 2) 60° ; 3) 90° ; 4) 120° ; 5) 150° .

3. Кунчи дарункашида ба бузургии зерин баробар аст:

1) 25° ; 2) 40° ; 3) $22^\circ 5'$; 4) 60° ; 5) $74^\circ 12'$. Кунчи марказии ба он мувофиқ ёфта шавад.

4. Хорда ба камоне така мекунад, ки бузургииаш 60° аст.

Исбот кунед, ки дарозии ин хорда ба радиус баробар аст.

5. Аз як нуқтаи давра ду хордаи ба радиус баробар кашида шудааст. Кунчи байни хордаҳои давраро ёбед.

4. Секунҷаи дарункашида.

Таъриф. Секунҷае, ки қуллаҳоиш дар давра меҳобанд, секунҷаи дарункашида ном дорад.

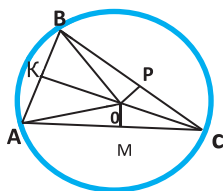
Дар расми 148 секунҷаи ABC секунҷаи дарункашида буда, давра ба он берункашида мебошад. Аз расм дидан душвор нест, ки тарафҳои секунҷа порчаҳои AB, BC ва AC хордаҳои давра мебошанд.

Ҳолатҳои ҷойгиршавии маркази давраро нисбат ба секунҷа тадқиқ намоед.

Теорема. Нуқтаи буриши перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷа маркази давраи берункашида мебошад.

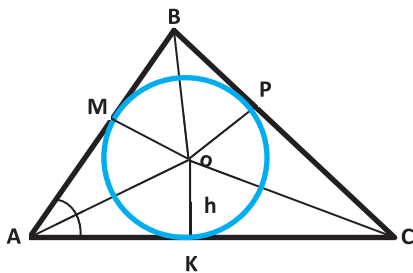
Матлуб: О-маркази давраи берункашида.

Исбот. $\triangle AOB$, $\triangle AOC$ ва $\triangle COB$ секунҷаҳои баробарпаҳлу мебошанд (расми 148), чунки $OA = OB = OC = R$. Аз баробарпаҳлу будани секунҷаҳо маълум мегардад, ки



$$AO = BO = CO = R$$

Расми 148



Расми 149

порчаҳои ОК, ОМ ва ОР дар як вақт ҳам баландӣ ва ҳам медиана мебошанд. Аз ин ҷо порчаҳои ОК, ОМ ва ОР перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои $\triangle ABC$ буда, нуқтаи О маркази давраи берункашида мебошад.

5. Давраи дар секунҷа дарункашида.

Таъриф. Агар тарафҳои секунҷа расандаҳои давра бошанд, давраро давраи дарункашида меноманд.

Дар ин ҳолат секунҷа берункашидаи давра мебошад. Дар расми 149 порчаҳои $OM = OP = OK = r$ радиусҳои давраи дарункашида мебошанд.

Теорема. Маркази давраи дарункашидаи секунҷа нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

Исбот. Дар расми 149 нуқтаи O маркази давраи дарункашида мебошад. Аз тарафи дигар, дар нуқтаи O нурҳои AO, BO, CO ҳамдигарро мебуранд. Исбот мекунем, ки нурҳои AO, BO ва CO биссектрисаҳои кунҷҳои секунҷаанд.

$\triangle AOM$ ва $\triangle AOK$ секунҷаҳои росткунҷа мебошанд. Аз $OM = OK = r$ бармеояд, ки $\triangle AOM = \triangle AOK$ аст. Аз дурустии $\triangle AOM = \triangle AOK$ бармеояд, ки $\triangle COK = \triangle COP$ ва $\triangle BOM = \triangle BOP$ шуда, нурҳои CO ва BO биссектрисаҳо мешаванд. Ҳамин тарик, нуқтаи O нуқтаи буриши биссектрисаҳои секунҷа мебошад.

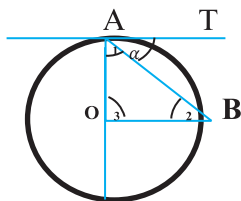
Натиҷаҳо: 1). Дар атрофи секунҷа фақат як давраи берункашида сохтан мумкин аст.

2). Дар дохили секунҷа фақат як давраи дарункашида сохтан мумкин аст.

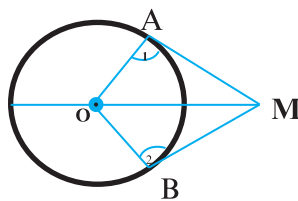
Исботи ин натиҷаҳоро ба шумо ҳавола мекунем.

6. Кунҷи байни расанда ва хорда.

Теорема. Кунҷе, ки дар байни расанда ва хордаи аз як нуқтаи давра гузаронидашуда ҳосил мешавад, ба нисфи камоне баробар аст, ки ба ин хорда такя мекунад.



Расми 150



Расми 151

Маълум: AT -расанда, AB -хорда, $\overset{\frown}{AB}$ -камон (расми 150).

Матлуб: $\angle BAT = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ (расми 150).

Исбот. АО-ро то бурида шудан ба давра давом медиҳем.
 $\angle OAB = \frac{1}{2}(180^\circ - \overset{\frown}{AB})$.

$\angle TAB = \angle OAT - \angle OAB = 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$; $\angle TAB = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$.

7. Теорема дар бораи ду расандаи аз як нукта гузаронидашуда.

Теорема. Агар аз ягон нукта ба давра ду расанда гузаронида шавад, масофаҳо аз он нукта то нуктаҳои расии баробаранд.

Маълум: МА ва МВ-расандаҳо.

Матлуб: МА = МВ (расми 151).

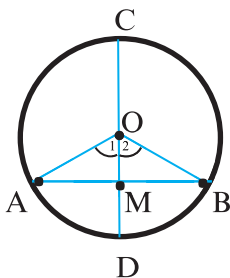
Исбот. Секунҷаҳои ОАМ ва ОВМ секунҷаҳои росткунҷаанд, чунки $\angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$. ОА = ОВ = r, пас $\triangle OAM = \triangle OVM$, аз ин ҷо бармеояд, ки АМ = МВ аст.

8. Теорема дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр.

Теорема. Диаметре, ки ба хорда перпендикуляр аст, хорда ва қисми ба ин хорда тақиякунандаро ба ду қисми баробар ҷудо мекунад.

Дода шудааст: АВ-хорда, CD-диаметр, $AB \perp CD$

Матлуб: АМ = МВ, АД = ДВ (расми 152).



Расми 152

Исбот. Ба расми 152 нигаред. ОА = ОВ ва $\triangle AOB$ баробарпаҳлу аст.

$CD \perp AB$, пас $OM \perp AB$. ОМ-баландӣ, биссектриса ва медианаи $\triangle AOB$ мебошад. Аз ин ҷо АМ = МВ, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1 = \overset{\frown}{AD}$, $\angle 2 = \overset{\frown}{DB}$ ва $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB}$ мешавад. Бинобар ин, $AM = MB = \frac{1}{2} AB$ ва $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DB} = \frac{1}{2} \cdot \overset{\frown}{AB}$ мебошад.

САВОЛ ВА СУПОРИШҶО БАРОИ САНЦИШ

1. Давраро чӣ тавр таъриф медиҳанд?
2. Таърифи радиус ва диаметро баён кунед.
3. Таърифи хорда ва расандаи давраро оред.
4. Камони давра чист?
5. Таърифи кунчи марказиро баён кунед.
6. Таърифи кунчи дарункашидаро оред.
7. Теоремаро дар бораи кунчи дарункашида исбот кунед.
8. Теоремаро дар бораи кунчи байни расанда ва хорда баён кунед.
9. Секунҷаи дарункашида чист?
10. Таърифи секунҷаи берункашидаро баён кунед.
11. Хосияти ду расандаи аз як нукта гузаронидашударо баён кунед.
12. Ҳолатҳои ҷойгиршавии нукта ва давраро баён кунед.
13. Ҳолатҳои ҷойгиршавии хати рост ва давраро баён кунед.
14. Кунчи дарункашида нисбат ба маркази давра чӣ тавр ҷойгир шуда метавонад?
15. Хосияти кунчи ба диаметр таъққунанда чӣ гуна аст?
16. Ду давра нисбат ба ҳамдигар чӣ тавр ҷойгир шуда метавонанд?
17. Кадом вақт ду давра расандаанд?
18. Кадом вақт ду давра бурандаанд?
19. Хосияти кунҷҳои дарункашидаро, ки ба ҳамон як камон таъққ мекунанд, баён кунед.
20. Теоремаро дар бораи диаметри ба хорда перпендикуляр баён кунед.
21. Таърифи доираро баён намоед.
22. Маркази давраи берункашидаро чӣ тавр меёбанд?
23. Маркази давраи дарункашида дар қучо меҳобад?
24. Маркази давраи дар атрофи секунҷаи росткунҷа берункашида дар қучо меҳобад?
25. Дар кадом секунҷа маркази давраи дарункашида ва берункашида ҳамҷоя мешаванд?

МАСЪАЛАҶО

1. Исбот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷа ҳамдигарро дар як нукта мебуранд.
2. Исбот кунед, ки биссектрисаҳои секунҷа ҳамдигарро дар як нукта мебуранд.

3. Исбот кунед, ки дар секунҷаи баробартараф давраҳои дарункашида ва берункашида дорои ҳамон як марказ мебошанд.

4. Исбот кунед, ки миёнаҷойи гипотенуза маркази давраи берункашидаи секунҷаи росткунҷа мебошад.

5. Исбот кунед, ки дар секунҷаи росткунҷа медианаи ба гипотенуза фаровардашуда ба нисфи гипотенуза баробар аст.

6. Гипотенузаи секунҷаи росткунҷа ба 10 см баробар аст. Медианаи ба гипотенуза фаровардашударо ёбед.

7. Аз нуқтае ба давра расанда ва буранда гузаронидаанд. Агар ин нуқта дар давра ҳобида, хордаи ҳосилшуда ба радиус баробар бошад, кунҷи байни расанда ва бурандаро ёбед.

8. Аз нуқта ба давра ду расанда гузаронида шудааст. Исбот кунед, ки бурандаи аз марказ ва ин нуқта гузаранда, биссектрисаи кунҷи байни расандаҳо мебошад.

9. Кунҷи байни хорда ва радиуси давра ба 60° баробар мебошад. Агар радиуси давра 14 см бошад, дарозии хордаро ёбед.

10. Кунҷи байни радиусҳои давра 120° аст. Хордаҳои ба ин кунҷ тақякунанда 15 см аст. Радиуси давраро ёбед.

11. Исбот кунед, ки диаметри аз миёнаҷойи хорда гузаранда ба ин хорда перпендикуляр аст.

12. Дар давра ду секунҷа дарункашидаанд, ки онҳо дорои яктой кунҷи 30° мебошанд. Агар ин секунҷаҳо ба диаметр тақя кунанд, исбот кунед, ки онҳо баробаранд.

ФАСЛИ V

СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

§1. ТАЛАБОТИ АСОСӢ ДОИР БА СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

1. Масъала доир ба сохтан чист?

Дар геометрия масъалаҳое вомехӯранд, ки дар онҳо бо ёрии як ё якчанд асбоб ва дода шудани баъзе шаклҳо ва маълумоти асосӣ доир ба онҳо, сохтани шакли нави геометрӣ талаб карда мешавад. Чунин масъалаҳоро масъалаҳо доир ба сохтанҳои геометрӣ меноманд. Сохтанҳои геометрӣ таърихи қадима доранд. Аввалин масъалаҳо доир ба сохтан дар замони Евклид ва ҳатто пеш аз он диққати олимонро ба худ ҷалб карда буданд.

Хаткашаки бетақсимоти дутарафа ва паргор асбобҳои асосӣ барои сохтанҳои геометрӣ мебошанд.

Ҳар кадоми онҳо барои иҷрои амалиёти махсус истифода бурда мешаванд. Чунин амалиётро аксиомаи ин асбобҳо меноманд.

2. Аксиомаҳои хаткашак

Бо хаткашак дар ҳамворӣ: 1). Хати рости дилхоҳ; 2). Хати рости аз нуқтаи маълум гузаранда; 3). Хати рости аз ду нуқтаи додашуда гузарандаро сохтан мумкин аст.

Бо ёрии хаткашак дигар амалиётро иҷро кардан тавсия дода намешавад, аз ҷумла бо ёрии хаткашак чен кардан ва сохтани порчаҳои дарозияш маълум мамнӯъ ҳисоб мешавад.

3. Аксиомаҳои паргор

Бо паргор дар ҳамворӣ: 1). Аз маркази маълум давраи радиусаш додашударо сохтан мумкин аст; 2). Порчаи ба порчаи додашуда баробарро дар хати рост ҷудо кардан мумкин аст.

4. Масъалаҳои одитарин доир ба сохтанҳои геометрӣ

Бо хаткашак ва паргор якҷоя як қатор масъалаҳоро доир ба сохтан ҳал намудан мумкин аст:

1. Аз нуқтаи маълум сохтани хати рости перпендикуляр ба хати рости додашуда;
2. Сохтани нуқтаи миёнаҷойи порча;
3. Сохтани перпендикуляр ба миёнаҷойи порча;
4. Сохтани кунҷи ба кунҷи додашуда баробар;

5. Сохтани биссектрисаи кунчи додашуда;
6. Сохтани секунча бо дода шудани се тарафи он;
7. Сохтани секунча бо дода шудани як тараф ва ду кунчи ба он часпида;
8. Сохтани секунча аз рӯи ду тараф ва кунчи байни ин тарафҳо.

Масъалаҳои номбурда масъалаҳои одитарини сохтанҳои геометрии мебошанд ва дар мавзӯҳои оянда шумо ба ҳалли онҳо шинос хоҳед шуд.

5. Марҳалаҳои асосии ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан

Ҳалли масъалаҳо доир ба сохтан, асосан, дар чор марҳала иҷро карда мешавад: таҳлил, сохтан, исбот ва тадқиқ.

1. Таҳлилро чӣ тавр мегузаронанд? Таҳлил марҳалаи асосие аст, ки роҳи ҳал ҷустуҷӯ карда шуда, низоми иҷрои сохтан (алгоритми ҳал) тартиб дода мешавад.

Дар ин марҳала шартҳои масъала бо диққат хонда шуда, **маълум** ва **матлубҳо** аниқ карда мешаванд. Тасаввур менамоянд, ки шакли геометрии талабкардашуда, аллакай сохта шудааст.

Бо ин мақсад расми тахминиро месозанд. Кӯшиш менамоянд, ки дар алоқамандӣ бо расм ва хосиятҳои маълум масъаларо ба зермасъалаҳое, ки сохтанашон одӣ аст, ҷудо намоянд. Дар таҳлил аз матлуб ба маълум фикр кардан мувофиқи мақсад аст.

Дар охири таҳлил низоми сохтан тартиб дода мешавад.

2. Сохтан чӣ тавр иҷро карда мешавад? Дар аввали сохтан он шаклҳоеро интихоб мекунанд, ки дар шартҳои масъала дода шуда бошанд. Сипас, як-як сохтанҳои дар низоми ҳал овардашударо бо ёрии паргор ва хаткашак иҷро мекунанд.

Хатҳо ва порчаҳои ёрирасонро хиратар ва хатҳои порчаҳои асосиро равшан тасвир менамоянд.

3. Исбот чӣ тавр иҷро карда мешавад? Пас аз иҷрои сохтан, ягон шакли геометрии ҳосил мешавад. Дар ин марҳала муқаррар мекунанд, ки шакли геометрии сохташуда ҳамон матлуб аст, ки онро масъала талаб мекунад. Аз ин рӯ, хосиятҳо ва муносибатҳои маълуми назарияро истифода бурда, дурустии сохтанро тасдиқ мекунанд. Баъзан барои исботи дурустии сохтан аз ҷенкунию муқоисакуниҳо истифода мебаранд.

4. Тадқиқ чӣ тавр гузаронида мешавад?

Ҳангоми тадқиқ роҳҳои дигари сохтан, ки аз марҳалаҳои асосӣ фарқ мекунанд, чустучӯ карда мешаванд. Бо мақсади ҳаматарафа гузаронидани тадқиқ, гоҳо мавқеи ҷойгиршавӣ ва тағйироти андозаҳои онҳо нақши муҳим мебозад. Ҳангоми тадқиқ чанд ҳал доштани масъала аниқ карда мешавад.

Баъзан ҳалли масъалаҳо доир ба сохтанро дар ду марҳала иҷро мекунанд. Дар чунин маврид тадқиқ бо таҳлил ва исбот бо сохтан ҳамчун карда мешавад.

**Аз қисми назариявии мавзӯ истифода бурда,
ба савол ҷавоб диҳед ва супориширо иҷро кунед:**

1. Барои сохтани геометрӣ кадом асбобҳо истифода бурда мешаванд?
2. Асбобҳоеро, ки барои сохтани геометрӣ истифода мешаванд, дар дафтарадон тасвир намоед.

§2. СОХТАНИ ХАТҲОИ РОСТИ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

1. Ба ду қисми баробар тақсим кардани порча

Масъала. Порчаи АВ дода шудааст. Онро ба ду қисми баробар тақсим намоед.

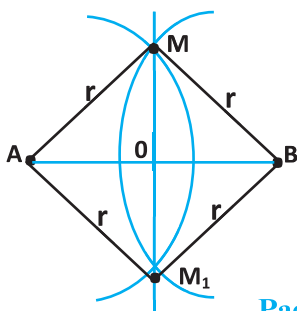
Таҳлил. Маълум: Порчаи АВ.

Матлуб. Нуқтаи О ба шарте, ки $ОА = ОВ$ шавад.

Бигзор порчаи АВ ва нуқтаи О дар миёнаҷойи он сохта шуда бошад (расми 153). Нуқтаи О аз нӯғҳои порча дар масофаи якхела воқеъ аст, чунки $ОА = ОВ$ мебошад. Оё чунин нуқтаи дигар М вучуд дорад, ки $АМ = МВ$ шавад? Нуқтаи М-ро тарзе интихоб намоед, ки $\triangle АМВ$ баробарпаҳлу шавад. Порчаи ОМ медиана ва баландии $\triangle АМВ$ мебошад, аз ин рӯ, $ОМ \perp АВ$ аст. Агар аз нуқтаи А давраи $A(AM)$ ва аз нуқтаи В давраи $B(BM)$ -ро созем, давраҳо дар ду нуқта ҳамдигарро мебуранд. Аз нуқтаҳои буриш хати рост сохта, нуқтаи О-ро ёфтани мумкин аст.

Низомии сохтан.

а) Тасвири порчаи АВ; б) Сохтани давраи $A(r)$, r аз $\frac{AB}{2}$ калон мебошад; в) Сохтани давраи $B(r)$; г) Буриши $A(r)$ ва $B(r)$ (M ва M_1); д) Сохтани хати рости MM_1 ; е) О-буриши АВ ва MM_1 .



Расми 153

Исбот. Нуқтаи M -ро ба A ва B пайваст мекунем. Ду секунҷаи росткунҷаи AOM ва BOM ҳосил мешаванд. Азбаски $AM = BM = r$ гипотенузаҳо ва OM катети умумӣ мебошанд, пас $\triangle AOM = \triangle BOM$ аст. Аз ин ҷо $OA = OB$ буда, нуқтаи O дар миёнаҷойи порчаи AB меҳабад. Пас, сохтан дуруст иҷро шудааст.

Тадқиқ. Масъала ҳалли ягона дорад, зеро аз нуқтаи O , ки миёнаҷойи порчаи AB аст, ба хати рости AB фақат як перпендикуляр гузаронидан мумкин аст. Агар нуқтаи O дар буриши хатҳои рости MM_1 ва AB гирифта нашавад, $OA \neq OB$ мешавад. Аз ин ҷо нуқтаи O ҳатман миёнаҷойи порчаи AB аст.

Таъриф. *Хати росте, ки аз миёнаҷойи порча гузашта ба ин порча перпендикуляр аст, перпендикуляри миёнаҷойи порча ном дорад.*

2. Сохтани перпендикуляр ба хати рост

Кори мустақилона аз рӯи низоми сохтан.

1) Порчае дода шудааст. Перпендикуляри миёнаҷойи ин порчаро созед.

Сохтанро мувофиқи низоми масъалаи дар боло ҳал кардашуда иҷро намоед (расми 153).

2) Аз нуқтаи хати рости додашуда ба ин хати рост перпендикуляр гузаронед.

Низоми сохтан.

- Сохтани хати рости a ва дар он нуқтаи O .
- Сохтани давраи $O(r)$, r -ихтиёрӣ.
- Буриши $O(r)$ бо хати рости a (нуқтаҳои A ва B).
- Давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$.
- Буриши давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ (нуқтаи M).
- Хати рости OM -матлуб.

3) Аз нуқтаи беруни хати рост ба он сохтани перпендикуляр.

Низоми сохтан.

- а) Сохтани хати рости a ва берун аз он нуқтаи M .
- б) Сохтани давраи $M(R)$ (давра хати ростро бурад).
- в) Буриши $M(R)$ бо хати рости a (нуқтаҳои A ва B).
- г) Сохтани давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$.
- д) Буриши давраҳои $A(R)$ ва $B(R)$ (нуқтаҳои M ва M_1).
- е) Сохтани хати рости MM_1 -матлуб.

МАСЪАЛАҲО

1. Порча дода шудааст. Ин порчаро ба чор қисми баробар тақсим кунед.

2. Секунча дода шудааст. Перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунҷаро созед.

3. Исбот кунед, ки перпендикулярҳои миёнаҷойи тарафҳои секунча ҳамдигарро дар як нуқта мебуранд ва ин нуқта маркази давраи берункашида аст.

4. Секунча дода шудааст. Ҳар се баландии секунҷаро созед. Исбот кунед, ки агар ҳар се баландии секунҷаро ба хати рост табдил диҳем, он гоҳ онҳо дар як нуқта ҳамдигарро мебуранд.

5. Давра ва ду нуқтаи A ва B дода шудаанд. Дар давра нуқтаеро ёбед, ки он аз нуқтаҳои A ва B дар як хел масофа воқеъ бошад.

6. Чор нуқта: A, B, C, D дода шудаанд. Нуқтаи X -ро тавре гузоред, ки $AX = BX$ ва $CX = DX$ бошад.

7. Нуқтаҳои A, B ва хати рости a дода шудаанд. Нуқтаи X -ро дар хати рости a чунон гузоред, ки $AX = BX$ бошад.

8. Исбот кунед, ки ҳар се баландии секунҷаи росткунча дар қуллаи кунҷи рост ҳамдигарро мебуранд.

9. Исбот кунед, ки маркази давраи берункашидаи секунҷаи росткунча дар миёнаҷойи гипотенуза меҳобад.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришхоро иҷро кунед:**

1. Оид ба сохтани хати рости перпендикуляр масъалаҳои амалӣ оред.
2. Оид ба ду қисми баробар тақсим кардани порча масъалаҳои амалӣ оред.

§3. СОХТАНИ КУНЧО ВА СЕКУНЧАХО

1. Сохтани кунчи ба кунчи додашуда баробар

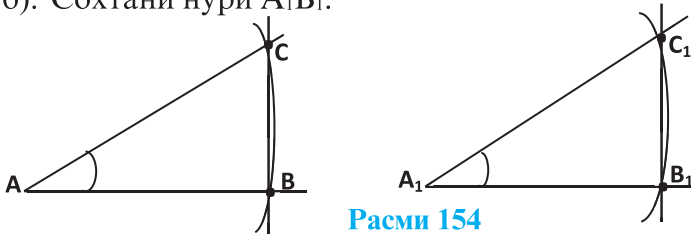
Масъала. Кунче дода шудааст. Кунче созед, ки ба кунчи додашуда баробар бошад.

Таҳлил. Бигзор кунчи додашуда, кунчи ба он баробар бошад (расми 154).

Агар аз нуқтаҳои A ва A_1 давраҳои $A(r)$ ва $B(r)$ -ро сохта, порчаҳои CB ва C_1B_1 -ро мувофиқан бо онҳо пайваस्त кунем, секунҷаҳои BAC ва $B_1A_1C_1$ ҳосил мешаванд. Аз баски $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$ ва $\angle A = \angle A_1$ аст, пас $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад. Аз ин ҷо $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$.

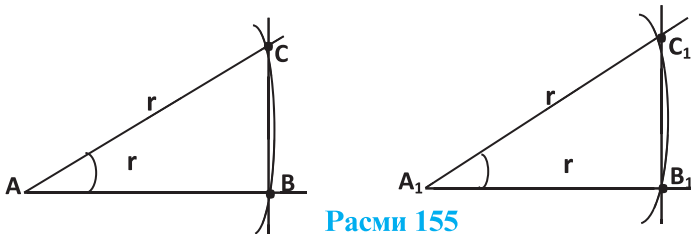
Низоми сохтан:

- Кунчи CAB кунчи маълум ва нуқтаи A_1 ихтиёрӣ аст.
- Сохтани нури A_1B_1 .



Расми 154

- Сохтани давраҳои $A(r)$ ва $A_1(r)$, r -ихтиёрӣ.
- Нуқтаҳои B ва C дар буриши $A(r)$ ва $\angle CAB$.
- Сохтани порчаи BC .
- Сохтани давраи $B_1(BC)$.
- C_1 буриши $A_1(r)$ бо $B_1(BC)$.
- Сохтани нури A_1C_1 .



Расми 155

Матлуб: $\angle C_1A_1B_1 = \angle CAB$.

Исбот. $A_1B_1 = AB = r$, $A_1C_1 = AC = r$ ва $B_1C_1 = BC$ аст, пас $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ мешавад. Аз баробарии $\triangle ABC$ ва $\triangle A_1B_1C_1$ хулоса мебарояд, ки сохтан дуруст иҷро карда шуда, $\angle C_1A_1B_1 = \angle CAB$ мебошад.

Тадқиқ. Агар давраҳои $A(r)$, $A_1(r)$ ва $B_1(BC)$ -ро созем, давраи $B_1(BC)$ давраи $A_1(r)$ -ро дар ду нуқтаи C_1 ва C_2 мебурад. Аз ин рӯ, ду кунҷи $C_1A_1B_1$ ва $C_2A_1B_1$ -ро сохтан мумкин аст, ки ба $\angle CAB$ баробаранд. Мо метавонем давраи $C_1(CB)$ -ро кашида, дар натиҷа $\angle B_2A_1C_1$ -и ба $\angle CAB$ баробарро ҳосил кунем. Аз тарафи дигар, $\angle B_1A_1C_1 = \angle B_2A_1C_1$ мебошад. Аз ин рӯ, масъала як ҳал дорад.

Агар мо ҷойи нуқтаи A_1 ва самти нури A_1C_1 -ро тағйир диҳем, миқдори зиёди ҳалли масъаларо меёбем. Дар ҳамаи ҳолатҳо кунҷҳои сохташуда ба ҳамдигар баробаранд.

2. Сохтани биссектрисаи кунҷ

Масъала. Кунҷе дода шудааст. Биссектрисаи ин кунҷро созад.

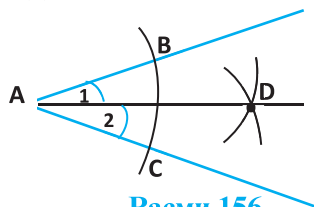
Низоми сохтан.

- Тасвири кунҷи CAB -и маълум.
- Сохтани давраи $A(r)$.
- Буриши $A(r)$ бо нуҳҳои AB ва AC (нуқтаҳои B ва C).
- Сохтани давраҳои $B(r)$ ва $C(r)$.
- Буриши $B(r)$ ва $C(r)$ (нуқтаи D).
- Сохтани нури AD . Нури AD -матлуб.

Исбот. $AB = AC = r$, $BD = CD = r$, пас $\triangle ABD = \triangle ACD$ мебошад. Аз ин ҷо $\angle 1 = \angle 2$ буда, нури AD биссектрисаи кунҷи CAB мебошад, аз ин рӯ, сохтан дуруст иҷро шудааст.

Тадқиқ: Азбаски кунҷи дилхоҳ як биссектриса дорад, ҳалли масъала ягона аст.

Масъала. Кунҷе дода шудааст. Ин кунҷро ба ду қисми баробар ҷудо кунед.



Расми 156

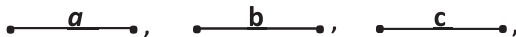
Ин масъала ва масъалаи дар боло ҳал кардашуда баробарқувваанд. Онҳо як тарзи ҳал доранд. Сохтани биссектриса боиси он мегардад, ки кунҷ ба ду қисми баробар тақсим шавад.

3. Сохтани секунҷаҳо

Кори мустақилона.

1). Секунҷае созед, ки тарафҳояш ба се порчаи додашудаи a , b , c баробар бошад.

а). Интихоби маълумҳо:



б). Сохтани хати рости ВС-и ихтиёрӣ.

в). Сохтани $BC = c$ дар ин хати рост.

г). Сохтани давраи $B(a)$.

д). Сохтани давраи $C(b)$.

е). Нуктаи А (буриши $B(a)$ ва $C(b)$).

ё). Сохтани порчаҳои $AB = a$ ва $AC = b$.

Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқи масъаларо ба шумо ҳавола менамоем.

2). Секунҷае созед, ки ду тарафаш порчаҳои a ва b буда, кунҷи байни ин тарафҳо маълум бошад.

Низоми сохтан.

а). Интихоби маълумҳо:



б). Сохтани кунҷи $ACB = \gamma$;

в). Сохтани $C(b)$ ва $BC = b$ (ёфтани нуктаи В);

г). Сохтани $C(a)$ ва $AC = a$ (ёфтани нуктаи А);

д). Сохтани порчаи АВ.

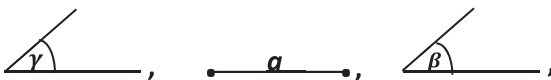
Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

3). Секунҷае созед, ки тарафаш порчаи a буда, ду кунҷи ба ин тараф часпидааш β ва γ бошанд.

Низоми сохтан

а). Интихоби маълумҳо:



б). Сохтани хати рости СВ.

в). Сохтани порчаи $CB = a$ ва нуктаҳои С, В.

г). Сохтани $\angle ACB = \gamma$.

д). Сохтани $\angle CBA = \beta$.

е). Буриши нурҳои СА ва ВА (нуктаи А).

Матлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан, исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

МАСЪАЛАҲО

1. Секунча дода шудааст. Ҳар се биссектрисаи секунҷаро созед. Иббот кунед, ки онҳо ҳамдигарро дар як нукта мебуранд ва ин нукта маркази давраи дарункашида мебошад.

2. Кунҷ дода шудааст. Ин кунҷро ба чор ҳиссаи баробар тақсим кунед.

3. Секунҷае дода шудааст. Секунҷаи ба он баробарро созед.

4. Давраи радиусаш маълумро тарзе созед, ки аз ду нуктаи додасуда гузарад.

5. Секунҷае кашед, ки тарафҳояшро порчаҳои a , b , c ташкил намоянд: 1) $a = 3$ см, $b = 2$ см, $c = 4$ см; 2) $a = 4$ см, $b = 3$ см, $c = 5$ см; 3) $a = 6$ см, $b = 4$ см, $c = 5$ см.

6. Секунҷаи ABC-ро аз рӯйи маълумоти зерин созед: а) $AB = 6$ см, $BC = 5$ см, $\angle A = 50^\circ$; б) $AB = 5$ см, $AC = 8$ см, $\angle B = 30^\circ$.

7. Секунҷаи ABC-ро аз рӯйи маълумоти зерин созед:

а) $AB = 5$ см, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 50^\circ$; б) $AB = 6$ см, $\angle A = \angle B = 50^\circ$.

8. Секунҷаи баробартарафе созед, ки тарафаш порчаи додасуда бошад.

9. Аз рӯйи асоси маълум ва кунҷи назди асос секунҷаи баробарпахлу созед.

10. Секунҷа дода шудааст. Медианаҳои онро созед.

11. Кунҷҳои 60° ва 30° -ро созед.

12. Секунҷаи росткунҷае созед, ки кунҷи тез ва гипотенузааш маълум бошад.

13. Секунҷаи росткунҷае созед, ки катет ва кунҷи тезаш маълум бошад.

14. Секунҷаи росткунҷае созед, ки як катет ва гипотенузааш маълум бошад.

15. Секунҷаи росткунҷаи ҳар ду катеташ маълумро тасвир кунед.

САВОЛ ВА СУПОРИШҶО БАРОИ САНЦИШ

1. Асбобҳои асосии сохтан ва аксиомаҳои онҳоро баён кунед.

2. Масъалаҳо доир ба сохтан чӣ гуна масъалаанд?

3. Сохтанҳои одитарини геометриро номбар кунед.

4. Марҳалаҳои сохтан кадомҳоянд?

5. Таҳлил чист?

6. Сохтан чист?

7. Тадқиқ чист?

8. Иббот чӣ гуна марҳала аст?

9. Перпендикулярӣ миёнаҷойи порча чист?

10. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи се тарафаш маънидод кунед.

11. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи як тараф ва ду кунчи ба он часпида нишон диҳед.

12. Тарзи сохтани секунҷаро аз рӯи ду тараф ва кунчи байни ин тарафҳо фаҳмонед.

13. Гузарондани перпендикулярро ба хати рост аз нуқтаи маълум нишон диҳед.

14. Тарзи сохтани биссектрисаи кунҷро фаҳмонед.

15. Тарзи сохтани кунчи ба кунчи додашуда баробарро баён кунед.

МАСЪАЛАҲО

1. Даврае кашед, ки он дарункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Низоми сохтан:

а). Тасвири секунҷаи маълуми ABC ;

б). Сохтани биссектрисаи $\angle A$;

в). Сохтани биссектрисаи $\angle B$;

г). Нуқтаи O -буриши биссектрисаҳо;

ғ). Сохтани порчаи $CD \perp AB$, D дар AB ;

д). Сохтани давраи $O(O D)$.

Матлуб: Давраи $O(OD)$.

2. Даврае созед, ки берункашидаи секунҷаи додашуда бошад.

Нишондод. Маркази давра нуқтаи буриши перпендикулярҳои миёначойи ду тарафҳои секунҷа мебошад.

3. Секунҷаи баробарпахлуе созед, ки тарафи паҳлӯй ва баландии ба асос фаровардашудааш дода шуда бошад.

Низоми сохтан:

а). Тасвири маълумҳо:



б). Сохтани хатҳои ростии перпендикуляр аз ягон нуқтаи D ;

в). Сохтани порчаи CD дар яке аз нурҳо, $CD = h$;

г). Сохтани давраи $C(a)$;

д). Сохтани нуқтаҳои A ва B (буриши $C(a)$);

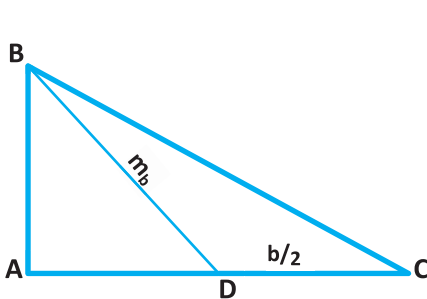
е). Сохтани порчаҳои AC ва CB .

Матлуб: $\triangle ABC$.

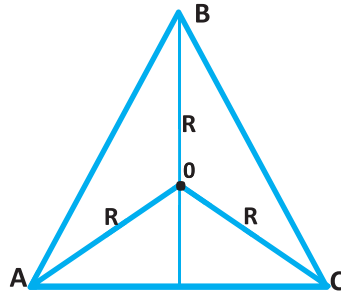
4. Секунчаро аз рӯи ду тараф ва баландии ба тарафи сеюм фаровардашуда созад.

5. Секунҷаи баробарпахлуро аз рӯи асос ва радиуси давраи берункашида созад.

Таҳлил. Бигзор $\triangle ABC$ матлуб бошад, он гоҳ $AB = BC$ ва BD баландии ба асос фаровардашуда мебошад. Агар O маркази давраи берункашида бошад, он гоҳ $OB = OA = OC = R$ ва $AC = b$ дода шудаанд. Секунҷаи AOC -ро аз рӯи се тараф сохта, нуқтаи O -ро меёбем.



Расми 157



Расми 158

Давраи $O(R)$ имконият медиҳад, ки нуқтаи B -ро ёбем (расми 158).

Низоми сохтанро мустақилона тартиб дода, онро иҷро намоед.

6. Секунҷае созад, ки ду тараф ва медианаи ба яке аз ин тарафҳо фаровардашудааш маълум бошад.

Маълум:



Матлуб: $\triangle ABC$ (расми 157).

Низоми сохтан.

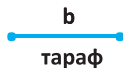
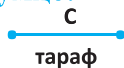
- а. Сохтани порчаи $AC = b$;
- б. Сохтани D (миёнаҷойи порчаи AC);
- в. Сохтани секунҷаи ABD аз рӯи се тараф: $AB = c$, $BD = m_b$, $AD = \frac{1}{2} \cdot b$;
- г. Сохтани порчаи BC .

Мағлуб: $\triangle ABC$.

Сохтан ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

7. Секунчаро аз рӯи ду тараф ва медианаи ба тарафи сеюм фаровардашудаи он созад.

Маълумҳо:



Расми 158

Нишондод: Медианаи m_c -ро дучанда кунед.

Матлуб: $\triangle ABC$ (расми 159).

Ба расм диққат диҳед. Аввал масъаларо таҳлил карда, низоми ҳалро тартиб диҳед ва баъдан онро иҷро намоед.

8. Секунчаро аз рӯи як тараф, медианаи ба ин тараф фаровардашуда ва радиуси давраи берункашидаи он созед.

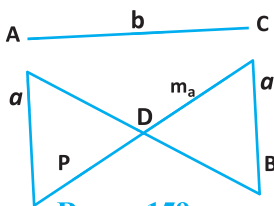
Нишондод. Аввал порчаи AC -и маълум ва миёнаҷойи он нуқтаи D -ро созед. Сипас, $\triangle ABC$ -ро бо тарафҳои $OA = OC = r$ -и маълум сохта, давраи $O(r)$ гузаронед. Давраи $D(r)$, давраи $O(r)$ -ро мебурад ва дар буриш нуқтаи V ҳосил мегардад.

9. Секунчаро аз рӯи як тараф ва медианаю баландии ба ин тараф фаровардашуда созед.

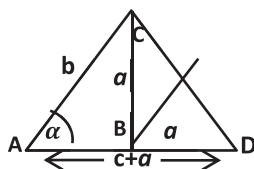
Нишондод. Сохтанро аз баландӣ оғоз намоед.

10. Агар як тараф, кунҷи ба ин тараф часпида ва суммаи ду тарафи дигар дода шуда бошанд, секунчаро созед.

Нишондод. Маълумҳо: $AC = b$, $AD = a + c$ ва $\angle A = \alpha$ мебошанд. Аввал $\triangle ACD$ -ро аз рӯи $AC = b$, $AD = a + c$ ва $\angle A = \alpha$ созед.



Расми 159



Расми 160

Таҳлил, низоми сохтан, сохтану исбот ва тадқиқро мустақилона иҷро намоед.

11. Секунчаро аз рӯи як тараф, кунҷи ба он часпида ва фарқи ду тарафҳои дигар созед.

12. Секунҷаи росткунҷаро аз рӯи як тараф ва суммаи гипотенузаю катети дигар созед.

13. Расандаи умумии ду давраи додашударо созед.

14. Аз нуқтаи беруни давраи додашуда ба он расанда гузаронед.

15. Порчаи додашударо ба 8 қисми баробар тақсим кунед.

16. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи берункашидааш дода шуда бошад.

17. Секунҷаи баробартарафро созед, агар радиуси давраи дарункашидааш дода шуда бошад.

18. Аз нуқтаҳои давраи додашуда диаметр ва хордаи ба радиус баробар гузаронида шудааст. Кунҷи байни онҳоро ёбед.

19. Аз нуқтаҳои давраи додашуда ду хордае гузаронида шудаанд, ки ҳар кадомаш ба радиус баробаранд. Кунҷи байни хордаҳоро ёбед.

20. Давраҳои радиусашон 30 см ва 40 см ба якдигар расандаанд. Дар мавриди расишҳои берунӣ ва дохилӣ масофаи байни марказҳои давраҳоро ёбед.

21. Агар ду давра фақат як нуқтаи умумӣ дошта бошанд, он гоҳ онҳо дар ин нуқта ба якдигар расандаанд. Инро исбот кунед.

**Аз қисми назариявии мавзӯи истифода бурда,
супоришҳоро иҷро кунед:**

1. Оид ба сохтани кунҷҳо масъалаҳои амалӣ оред.
2. Оид ба сохтани секунҷаҳо масъалаҳои амалӣ оред.


ҶАВОБ ВА НИШОНДОД БА ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

Ҷавоби масъалаҳои одитарини геометрӣ

Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 29-32)

10. а) Нуқтаҳои А, В, С дар як хати рост мехобанд, зеро $AB + BC = AC$ ($5 \text{ см} + 2 \text{ см} = 7 \text{ см}$) мебошад. Нуқтаи В дар байни нуқтаҳои А ва С мехобад.

в) Нуқтаи С дар байни нуқтаҳои А ва В мехобад.

15. А)  $AB = 2$; $AD = 4 \text{ см}$

16. 

$AB = \frac{1}{2} AD = 10 \text{ см}$, $AC = \frac{2}{5} AB = 4 \text{ см}$;

$AM = \frac{4}{5} AD = 16 \text{ см}$.

17. а) $MA = 4 \text{ см}$; $MB = 15 \text{ см}$; $MC = 8 \text{ см}$.

20. а) 6 см; б) 8 см; в) 7 см; г) 0,9 дм.

Ҷавоби масъалаҳои одитарини геометрӣ

Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 56-68)

2. 72° ва 108° ; 55° ва 125° ; 88° ва 92° .

3. 75° ва 105° .

4. 45° ва 135° .

6. $75^\circ, 105^\circ, 75^\circ, 105^\circ$.
 8. а) 100° ; б) 120° ; в) 80° .
 11. 65° ва 65° .
 13. $30^\circ, 70^\circ, 80^\circ$.
 14. 4-то кунчи 50° ва 4-то кунчи 130° .
 17. $45^\circ, 45^\circ$.

22. Н и ш о н д о д: аз хосияти перпендикулярнии хатҳои рост истифода намоед.

24. 60° .
 25. $140^\circ, 40^\circ$.

Фасли 3. СЕКУНЧАҲО

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 81-83)

6. 0,7 м; 0,7 м.
 7. 2) 5 дм; 5 дм; 8,4 дм.

8. Н и ш о н д о д: хосиятҳои секунҷаи баробарпахлуро ба ёд оваред.

9. 20 дм.
 10. $40^\circ, 40^\circ, 100^\circ$.
 11. $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.
 12. 30° .

Фасли 4. ДАВРА ВА ДОИРА

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 95-96)

6. 5 см.
 7. 30° .
 9. 14 см.
 10. $5\sqrt{3}$ см.

Фасли 5. СОХТАНҲОИ ГЕОМЕТРӢ

(Ҷавоби масъалаҳо аз саҳифаи 106-109)

4. Сохтани секунҷаи ABC-ро аз рӯи тарафҳои $BC = a$, $AC = b$ ва баландии $CD = h_c$ иҷро намоед.

14. Низоми сохтан.
 а) Сохтани давраи радиусаш OB ва берун аз он нуқтаи A .
 б) Сохтани давраи $A(R)$. Давра хати ростро мебурад.
 в) Буриши $A(R)$ бо хати рост (нуқтаҳои C ва D).
 г) Сохтани давраҳои $C(R)$ ва $D(R)$.
 д) Буриши $C(R)$ ва $D(R)$ -нуқтаи A .

Матлуб: хати рости AA_1

18. 60° .
 19. 120° .
 20. 70 см, 10 см.

21. Н и ш о н д о д. Аввал исбот кунед, ки нуқтаи умумии давраҳои додашуда дар хати рости аз маркази онҳо мегузашта воқеъ аст.

МУНДАРИЧА

Сарсухан.....	3
Геометрияро чӣ тавр бояд омӯхт?.....	5
Чанд маслиҳат барои омӯзгор.....	6
Фасли I. Мафҳумҳои одитарини геометрӣ	8
§1. Нуқта, хат ва хати рост.....	8
§2. Аксиомаи параллелии хатҳои рост.....	19
§3. Ҳолати ҷойгиршавии нуқта.....	21
§4. Чен кардани порчаҳо.....	24
Саволҳо барои санчиш.....	29
Масъалаҳо.....	29
Фасли II. Кунҷҳо ва чен кардани кунҷҳо	36
§1. Кунҷ.....	36
§2. Кунҷи кушод. Муқоиса кардани кунҷҳо.....	38
§3. Намуди кунҷҳо.....	41
§4. Кунҷҳои ҳамсоя ва амудӣ (вертикалӣ).....	43
§5. Кунҷҳои тарафҳои ҳамсамт. Кунҷҳои чиликӣ ва яктурафа. Аломатҳои параллелии хатҳои рост.....	46
§6. Хатҳои рости перпендикуляр.....	50
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	55
Масъалаҳо.....	56
Фасли III. Секунҷҳо	59
§1. Секунҷа. Суммаи кунҷҳои дарунии секунҷа.....	59
Масъалаҳо.....	63
§2. Аломатҳои якум ва дуҷуми баробарии секунҷа.....	65
Масъалаҳо.....	68
§3. Медиана, биссектриса ва баландии секунҷа.....	70
§4. Хосиятҳои секунҷаи баробарпахлу.....	73
Масъалаҳо.....	75
§5. Аломати сеҷуми баробарии секунҷа.....	75
Масъалаҳо.....	76
§6. Баъзе натиҷаҳо аз аломатҳои баробарии секунҷа.....	77
Масъалаҳо.....	79
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	80
Масъалаҳо.....	81
Фасли IV. Давра ва доира	84
§1. Давра ва ҳолатҳои ҷойгиршавии давраҳо. Доира.....	84
§2. Ҳолати ҷойгиршавии шаклҳо нисбат ба давра.....	89
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	95
Масъалаҳо.....	95
Фасли V. Сохтанҳои геометрӣ	97
§1. Талаботи асосӣ доир ба сохтанҳои геометрӣ.....	97
§2. Сохтани хатҳои рости перпендикуляр.....	99
Масъалаҳо.....	101
§3. Сохтани кунҷҳо ва секунҷаҳо.....	102
Савол ва супоришҳо барои санчиш.....	105
Масъалаҳо.....	106
Ҷавоб ва нишондод ба ҳалли масъалаҳо.....	109

БУРҲОНОВ УСТО, ШАРИФОВ ҶУМЪА

ГЕОМЕТРИЯ

Китоби дарсӣ барои синфи 7-уми
муассисаҳои таҳсилоти умумӣ

Муҳаррир
Мусаҳҳах
Муҳаррири
техникӣ
Тарроҳ

М. Абдукаримов
М. Саидова
Н. Зайниддинов
З. Саъдуллоев

Ба чоп 20.08.2021 иҷозат дода шуд.
Андозаи 60x90 1/16. Коғази офсет. Чопи офсет.
Ҷузъи чопӣ 7. Адади нашр 160000 нусха.
Супориши № 50/2021

Муассисаи нашриявии «Маориф»-и
Вазорати маориф ва илми Ҷумҳурии Тоҷикистон.
734024, ш. Душанбе, кӯчаи Аҳмади Дониш, 50.
Тел.: 222-14-66, E-mail: najmiddin64@mail.ru

Дар матбааи ҶСП «Нашриёти муосир»
ба таъб расидааст. Ҷумҳурии Тоҷикистон,
ш. Душанбе кӯч. Зарнисор, 3.
Тел.: +992 (44) 600-35-58
E-mail: info@nmuosir.tj